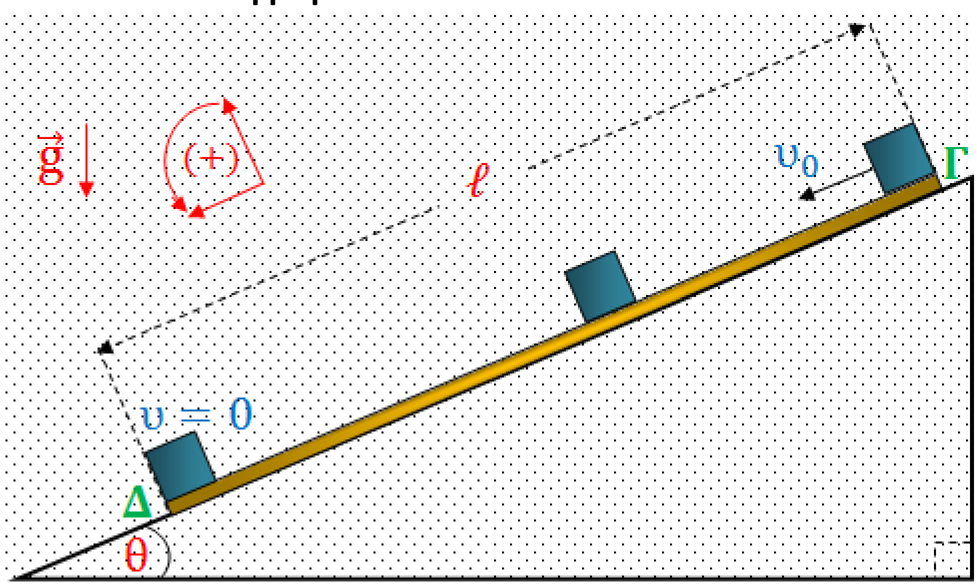
ΦΥΣΙΚΗ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΝΟΜΟΙ NEWTON
ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΡΙΒΗ & ΤΡΙΒΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Β

Λεπτή ομογενής ράβδος $\Gamma\Delta$ μάζας M και μήκους ℓ συγκρατείται ακίνητη πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας θ με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή στατικής τριβής μ_s. Από το άκρο Γ της ράβδου, εκτοξεύουμε προς τη βάση του πλαγίου επιπέδου μικρό σώμα μάζας m, με ταχύτητα μέτρου υ_0 παράλληλη προς αυτό ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε τη ράβδο ελεύθερη να κινηθεί, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα μάζας m παρουσιάζει με τη ράβδο συντελεστή τριβής μ, ενώ η ράβδος εξακολουθεί να παραμένει ακίνητη, καθώς το σώμα μάζας m κινείται πάνω στη ράβδο.



1) Αν για τους συντελεστές μ και μ_s ισχύει ότι $\mu > \mu_s$, τότε το σώμα μάζας m εκτελεί πάνω στη ράβδο:
α) Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
β) Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
γ) Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

2) Αν ισχύει ότι $\upsilon_0 = \sqrt{2g\ell}$ και το σώμα μάζας m τελικά ακινητοποιείται στο άκρο της Δ, τότε για το συντελεστή μ ισχύει:
α) $\mu < 1$ β) $\mu = 1$ γ) $\mu > 1$
Αν $\theta = 30°$, να υπολογιστεί η ακριβής τιμή του συντελεστή μ.

3) Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινήθηκε το σώμα πάνω στη ράβδο είναι ίσο με:
α) $\frac{g}{4}$ β) $\frac{g}{2}$ γ) g
όπου g το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

4) Αν η μέγιστη απόσταση από το κέντρο μάζας της ράβδου του σημείου εφαρμογής της κατακόρυφης δύναμης επαφής που δέχεται η ράβδος από το πλάγιο επίπεδο είναι $\ell/8$, τότε για τις μάζες M και m ισχύει:

α) $M = m$ **β)** $M = 2m$ **γ)** $M = 3m$

Λύση

1) Σωστό το (γ)

Για το σώμα μάζας m έχουμε:

$$y'y\text{: } \Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N - w_y = 0 \Leftrightarrow N = w_y \Leftrightarrow N = mg\sigma\upsilon\nu\theta \quad (1)$$

$$x'x\text{: } \Sigma F_x = ma \Leftrightarrow w_x - T = ma \Leftrightarrow mg\eta\mu\theta - \mu mg\sigma\upsilon\nu\theta = ma \Leftrightarrow$$
$$\alpha = g(\eta\mu\theta - \mu\sigma\upsilon\nu\theta) \quad (2)$$

Για το σώμα μάζας M έχουμε:

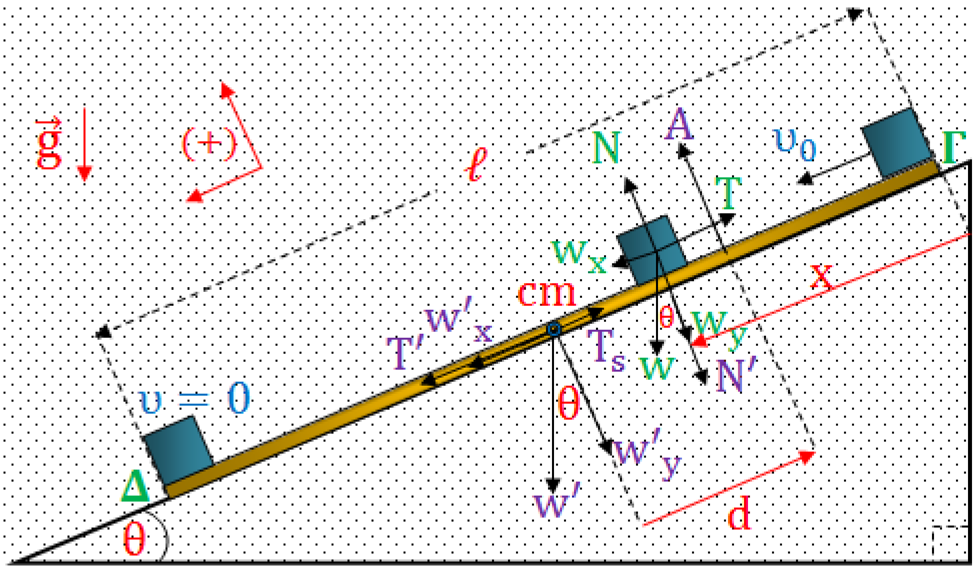
$$y'y\text{: } \Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow A - w'_y - N' = 0 \Leftrightarrow A = Mg\sigma\upsilon\nu\theta + mg\sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow$$
$$A = (M + m)g\sigma\upsilon\nu\theta \quad (3)$$

$$x'x\text{: } \Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow w_x + T' - T_s = 0 \Leftrightarrow Mg\eta\mu\theta + \mu mg\sigma\upsilon\nu\theta = T_s \ (4)$$

Εφόσον η ράβδος είναι ακίνητη:

$$T_s \le T_{s(o\rho)} \Leftrightarrow T_s \le \mu_s A \overset{(3),(4)}{\Longleftrightarrow}$$
$$(M\eta\mu\theta + \mu m\sigma\upsilon\nu\theta)g \le \mu_s(M + m)g\sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow$$
$$(M\eta\mu\theta + \mu m\sigma\upsilon\nu\theta) \le \mu_s(M + m)\sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow$$
$$m(\mu - \mu_s)\sigma\upsilon\nu\theta \le M(\mu_s\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta) \overset{\mu > \mu_s}{\Longleftrightarrow} \mu_s\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta > 0 \Leftrightarrow$$
$$\mu_s\sigma\upsilon\nu\theta > \eta\mu\theta \Leftrightarrow \mu_s > \varepsilon\varphi\theta \overset{\mu > \mu_s}{\Longleftrightarrow} \mu > \varepsilon\varphi\theta \Leftrightarrow \mu\sigma\upsilon\nu\theta > \eta\mu\theta \Leftrightarrow$$
$$\eta\mu\theta - \mu\sigma\upsilon\nu\theta < 0 \overset{(2)}{\Leftrightarrow} \alpha = g(\eta\mu\theta - \mu\sigma\upsilon\nu\theta) \Leftrightarrow$$

$$\alpha < 0$$



2) Σωστό το (γ)

Εφαρμόζουμε το Θ. Μ. Κ. Ε. για την κίνηση του σώματος πάνω στη ράβδο.

$$\Sigma W = \Delta K \Leftrightarrow mg\eta\mu\theta\ell - \mu mg\sigma\upsilon\nu\theta\ell = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Leftrightarrow$$

$$2g\ell(\mu\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta) = 2g\ell \Leftrightarrow \mu\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta = 1 \Leftrightarrow$$

$$\mu = \frac{\eta\mu\theta + 1}{\sigma\upsilon\nu\theta} > 1 \quad (5)$$

Άρα:

$$\mu = \frac{\eta\mu\theta + 1}{\sigma\upsilon\nu\theta} > 1 \;\; (6)$$

Αν $\theta = 30°$, αντικαθιστώντας στην σχέση (6) παίρνουμε:

$$\mu = \sqrt{3}$$

3) Σωστό το (γ)

Από τη σχέση (2): $\alpha = g(\eta\mu\theta - \mu\sigma\upsilon\nu\theta) \xLeftrightarrow{\mu\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta = 1} \alpha = -g \Leftrightarrow$

$$|\alpha| = g$$

4) Σωστό το (γ)

Από την ισορροπία της ράβδου έχουμε:

$$\Sigma\tau_{cm} = 0 \Leftrightarrow \tau_A - \tau_{N'} = 0 \Leftrightarrow Ad - N'\left(\frac{\ell}{2} - x\right) = 0 \xLeftrightarrow{0 \le x \le \ell}$$

$$(M + m)g\sigma\upsilon\nu\theta d = mg\sigma\upsilon\nu\theta\left(\frac{\ell}{2} - x\right) \Leftrightarrow$$

$$d = \frac{m}{M + m}\left(\frac{\ell}{2} - x\right), 0 \le x \le \ell$$

Για $x = 0$ ή $x = \ell$, η απόσταση $|d|$ γίνεται μέγιστη και ίση με:

$$|d| = \frac{m}{2(M + m)}\ell \Leftrightarrow \frac{\ell}{8} = \frac{m}{2(M + m)}\ell \Leftrightarrow M + m = 4m \Leftrightarrow$$

$$M = 3m$$