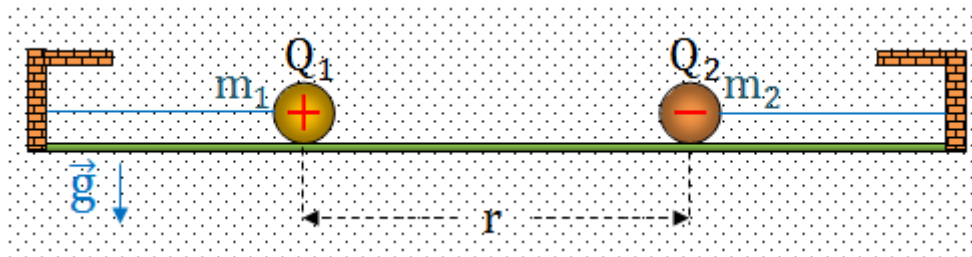


ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ
ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ

ΘΕΜΑ Δ

Δυο μεταλλικά μικρά σφαιρίδια ίδιων διαστάσεων έχουν μάζες m_1, m_2 όπου $m_1 = 2m_2$ και είναι φορτισμένα με ηλεκτρικά φορτία $Q_1 = +12 \cdot 10^{-6}\text{C}$, $Q_2 = -4 \cdot 10^{-6}\text{C}$ αντίστοιχα. Η απόσταση των κέντρων των σφαιριδίων είναι $r = 0,3\text{m}$ και διατηρούνται ακίνητα πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο με τη βοήθεια αβαρών και μη εκτατών νημάτων όπως φαίνεται στο σχήμα.

Δίνεται η σταθερά του νόμου Coulomb $k_C = 9 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$.



Δ1. Να βρεθεί το μέτρο της τάσης των νημάτων.

Κόβουμε συγχρόνως τα νήματα οπότε τα σφαιρίδια με μάζες m_1, m_2 αρχίζουν να επιταχύνονται και τελικά συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά αφού διανύσουν αποστάσεις r_1, r_2 αντίστοιχα. Να βρεθούν:

Δ2. Οι αποστάσεις r_1, r_2 .

Δ3. Τα ποσοστά % μεταβολής της κινητικής ενέργειας κάθε σφαιριδίου λόγω της κρούσης.

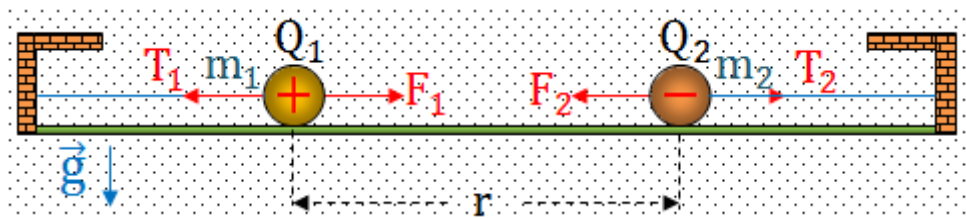
Δ4. Αν γνωρίζουμε ότι μετά την κρούση οι δυνάμεις Coulomb έχουν το μέγιστο δυνατό μέτρο, να βρεθεί το πλήθος των ηλεκτρονίων που μετακινήθηκαν από το σφαιρίδιο μάζας m_2 προς το σφαιρίδιο μάζας m_1 κατά τη διάρκεια της επαφής τους.

Δίνεται το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$.

Λύση

Δ1. Για τα μέτρα των δυνάμεων Coulomb ισχύει:

$$F_1 = F_2 = k_c \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2} \quad (1)$$



Από την ισορροπία των σφαιριδίων ισχύει:

$$m_1: \Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow F_1 = T_1 \quad (2)$$

$$m_2: \Sigma F_2 = 0 \Leftrightarrow F_2 = T_2 \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$T_1 = T_2 = 4,8 \text{ N}$$

Δ2. Μετά το κόψιμο των νημάτων το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο από εξωτερικές δυνάμεις, αφού οι δυνάμεις Coulomb είναι εσωτερικές. Άρα η ορμή του παραμένει σταθερή.

$$p_{\text{αρχ}} = p_{\text{τελ}} \Leftrightarrow 0 = p_1 + p_2 \Leftrightarrow p_1 = -p_2 \Leftrightarrow m_1 v_1 = -m_2 v_2 \Leftrightarrow$$

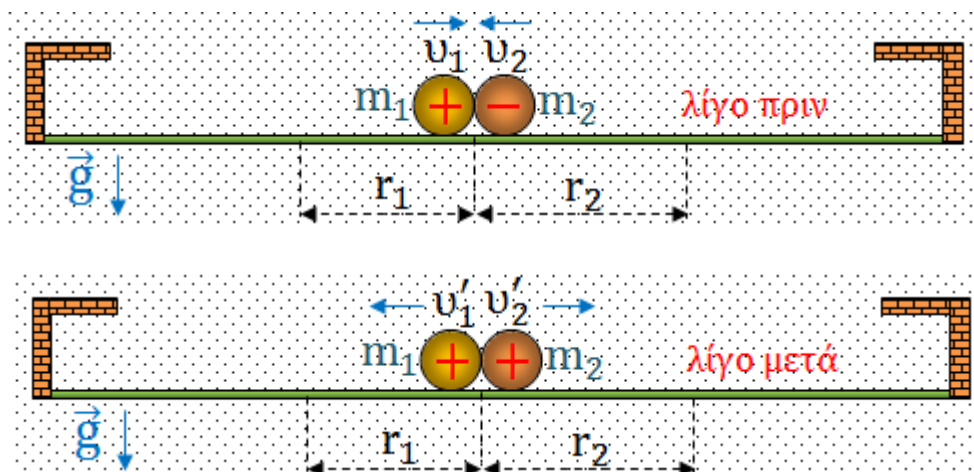
$$2m_2 v_1 = -m_2 v_2 \Leftrightarrow 2v_1 = -v_2 \Leftrightarrow |v_2| = 2|v_1|$$

Εφόσον κάθε χρονική στιγμή η ταχύτητα του σφαιριδίου μάζας m_2 έχει διπλάσιο μέτρο από το σφαιριδίον μάζας m_1 το διάστημα r_2 που θα διανύσει θα είναι διπλάσιο από το r_1 , δηλαδή: $r_2 = 2r_1$ (4)

Επιπλέον λίγο πριν συγκρουστούν:

$$r_1 + r_2 = 0,3 \text{ m} \stackrel{(4)}{\Leftrightarrow} 3r_1 = 0,3 \text{ m} \Leftrightarrow r_1 = 0,1 \text{ m} \text{ και } r_2 = 0,2 \text{ m}$$

Δ3. Κατά την ελαστική κεντρική κρούση διατηρείται η ορμή και η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιριδίων.



$$\begin{aligned} p_{\text{πριν}} &= p_{\text{μετά}} \Leftrightarrow p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2 \Leftrightarrow 0 = p'_1 + p'_2 \Leftrightarrow \\ p'_1 &= -p'_2 \Leftrightarrow m_1 v'_1 = -m_2 v'_2 \Leftrightarrow 2m_2 v'_1 = -m_2 v'_2 \Leftrightarrow \\ 2v'_1 &= -v'_2 \end{aligned}$$

Όμως επειδή η κρούση είναι κεντρική και ελαστική:

$$\begin{aligned} v_1 + v'_1 &= v_2 + v'_2 \Leftrightarrow v_1 + v'_1 = -2v_1 - 2v'_1 \Leftrightarrow 3v_1 = -3v'_1 \Leftrightarrow \\ v_1 &= -v'_1 \text{ και } v_2 &= -v'_2 \quad (5) \end{aligned}$$

Συνεπώς κατά την κρούση δεν μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητας των σφαιριδίων άρα και η κινητική ενέργεια τους.

Άρα:

$$\begin{aligned} K_1 &= K'_1 \Leftrightarrow \frac{\Delta K_1}{K_1} = 0\% \text{ και} \\ K_2 &= K'_2 \Leftrightarrow \frac{\Delta K_2}{K_2} = 0\% \quad (6) \end{aligned}$$

Δ4. Μετά την κρούση για τα μέτρα των δυνάμεων Coulomb ισχύει:

$$F'_1 = F'_2 = k_c \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

όπου q_1, q_2 τα ηλεκτρικά φορτία των σφαιριδίων μετά την επαφή τους κατά την κρούση. Για να είναι μέγιστο το μέτρο της δύναμης Coulomb θα πρέπει να έχει μέγιστη τιμή η παράσταση:

$$z = |q_1 q_2| \quad (7)$$

Από την αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου ισχύει:

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= q_1 + q_2 \Leftrightarrow q_1 + q_2 = 8 \cdot 10^{-6} \text{C} \Leftrightarrow \\ q_2 &= 8 \cdot 10^{-6} - q_1 \quad (8) \end{aligned}$$

Η σχέση (7) λόγω της σχέσης (8) γράφεται:

$$\begin{aligned} z &= |q_1(8 \cdot 10^{-6} - q_1)| \Leftrightarrow \\ z &= 8 \cdot 10^{-6} q_1 - q_1^2, 0 < q_1 < 8 \cdot 10^{-6} \text{C} \end{aligned}$$

Η τιμή της παράστασης z μεγιστοποιείται όταν:

$$q_1 = -\frac{\beta}{2\alpha} \Leftrightarrow q_1 = +4 \cdot 10^{-6} \text{C}$$

Τελικά

$$q_1 = q_2 = +4 \cdot 10^{-6} \text{C}$$

Η μεταβολή του ηλεκτρικού φορτίου του σφαιριδίου μάζας m_1 είναι:

$$\begin{aligned} \Delta q_1 &= q_1 - Q_1 \Leftrightarrow \Delta q_1 = 4 \cdot 10^{-6} - 12 \cdot 10^{-6} \Leftrightarrow \\ \Delta q_1 &= -8 \cdot 10^{-6} \text{C} \end{aligned}$$

Από τη κβάντωση του ηλεκτρικού φορτίου ισχύει:

$$|\Delta q_1| = \Delta N_1 \cdot e \Leftrightarrow \Delta N_1 = 5 \cdot 10^{13} \text{ηλεκτρόνια}$$