ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

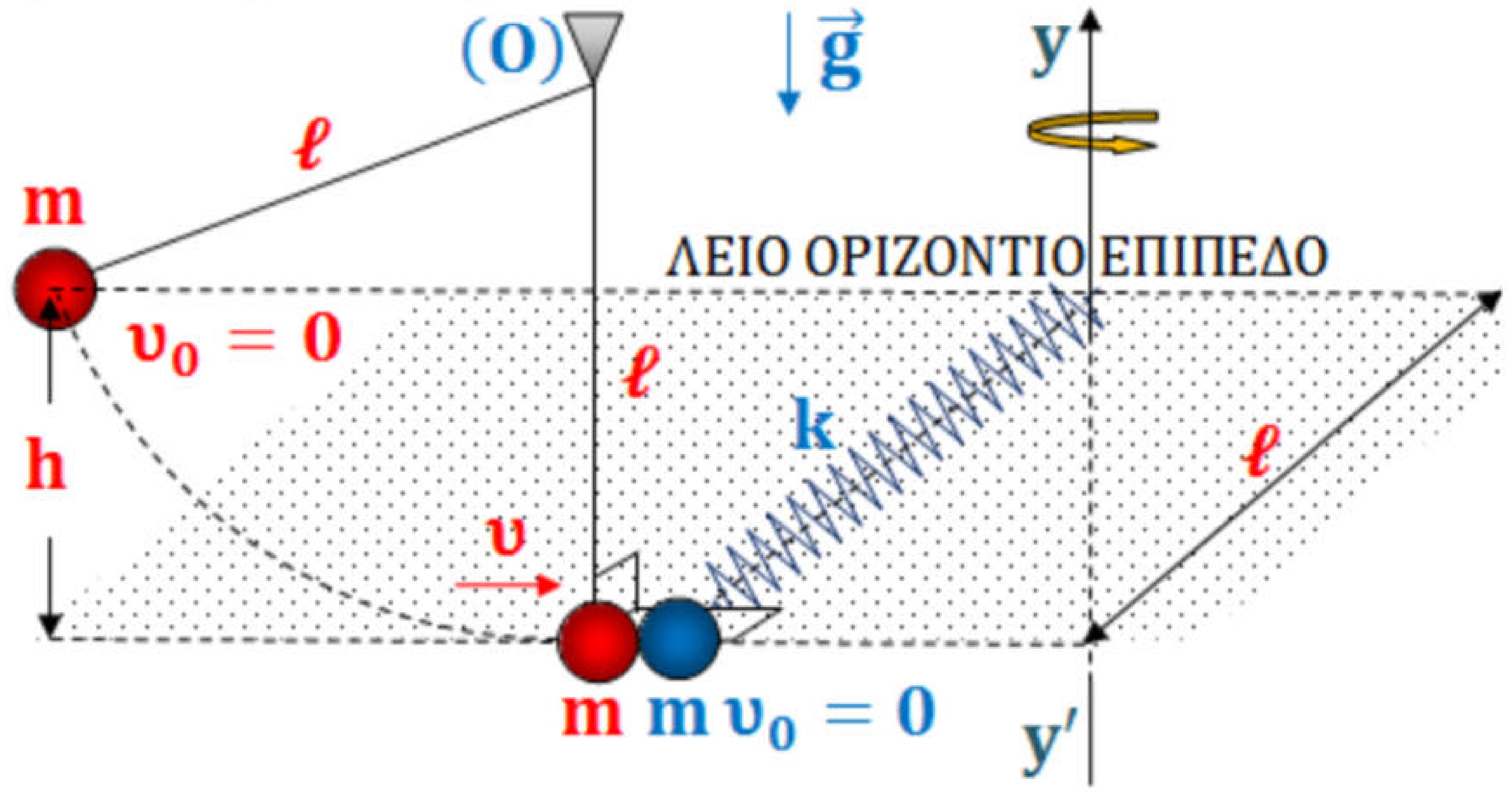
ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Β

Μικρό ελαστικό σφαιρίδιο μάζας m ισορροπεί δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου φυσικού μήκους ℓ και σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου έχει στερεωθεί στον σταθερό κατακόρυφο άξονα $y'y$. Ο αρμονικός ταλαντωτής βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Ένα δεύτερο σφαιρίδιο όμοιο με το πρώτο είναι δεμένο σε αβαρές και μη ελαστικό νήμα μήκους ℓ, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στο σημείο (O) που βρίσκεται σε ύψος ℓ από το οριζόντιο επίπεδο.Τα σφαιρίδια εφάπτονται, είναι ακίνητα και το νήμα είναι κάθετο στον άξονα του ελατηρίου. Εκτρέπουμε το σφαιρίδιο που είναι δεμένο στο νήμα ώστε να βρεθεί σε ύψος $h = 2\ell/3$ από το οριζόντιο επίπεδο και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο τα σφαιρίδια συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αμέσως μετά το σφαιρίδιο του ταλαντωτή κινείται καμπυλόγραμμα πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, επιμηκύνοντας το ελατήριο.



Όταν το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell = mg/k$ η ταχύτητα του σφαιριδίου είναι ξανά κάθετη στον άξονα του ελατηρίου.

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου του ταλαντωτή αμέσως μετά την κρούση, που έγινε δυναμική ενέργεια του ελατηρίου όταν έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell$ είναι ίσο με:

α) 36% β) 64% γ) 75%

Δίνεται το μέτρο g της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

Λύση: Σωστό το γ

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για τη μη ομαλή κυκλική κίνηση του σφαιριδίου:

$$\Sigma W = \Delta K \Leftrightarrow mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{2gh} \quad (1)$$

Η κρούση των σφαιριδίων είναι κεντρική και ελαστική. Επιπλέον τα σφαιρίδια έχουν ίσες μάζες οπότε ανταλλάσσουν ταχύτητες , ορμές και κινητικές ενέργειες.

Το σφαιρίδιο του ταλαντωτή δε δέχεται ροπή ως προς τον άξονα $y'y$ μετά την κρούση αφού η ελατηριακή δύναμη διέρχεται από τον άξονα $y'y$.

Άρα η στροφορμή του ως προς τον άξονα αυτόν διατηρείται σταθερή. Έτσι μπορούμε να γράψουμε:

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow m\upsilon\ell = m\upsilon'(\ell + \Delta\ell) \Leftrightarrow \upsilon\ell = \upsilon'(\ell + \Delta\ell) \ (2)$$

Η δύναμη του ελατηρίου είναι συντηρητική οπότε η μηχανική ενέργεια του συστήματος σφαιρίδιο-ελατήριο μετά την κρούση διατηρείται σταθερή. Συνεπώς μπορούμε να γράψουμε:

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\upsilon'^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 \Leftrightarrow \upsilon^2 = \upsilon'^2 + \frac{k\Delta\ell^2}{m} \Leftrightarrow \ (2)$$

$$\upsilon^2 = \ell\left(\frac{\upsilon\ell}{\ell + \Delta\ell}\right)^2 + \frac{k\Delta\ell^2}{m} \Leftrightarrow \upsilon^2\left[1 - \left(\frac{\ell}{\ell + \Delta\ell}\right)^2\right] = g\Delta\ell \Leftrightarrow$$

$$2gh\left[1 - \left(\frac{\ell}{\ell + \Delta\ell}\right)^2\right] = g\Delta\ell \Leftrightarrow (\ell + \Delta\ell)^2 = 2h(2\ell + \Delta\ell) \Leftrightarrow \quad (1)$$

$$5\ell^2 - 2\ell\Delta\ell - 3\Delta\ell^2 = 0 \Leftrightarrow \Delta\ell = \ell \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) προκύπτει: $\upsilon = 2\upsilon'$ (4)

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\frac{U_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} \Leftrightarrow \frac{U_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = 1 - \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} \Leftrightarrow \frac{U_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = 1 - \left(\frac{\upsilon'}{\upsilon}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{U_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{U_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{3}{4} \text{ ή } 75\%$$