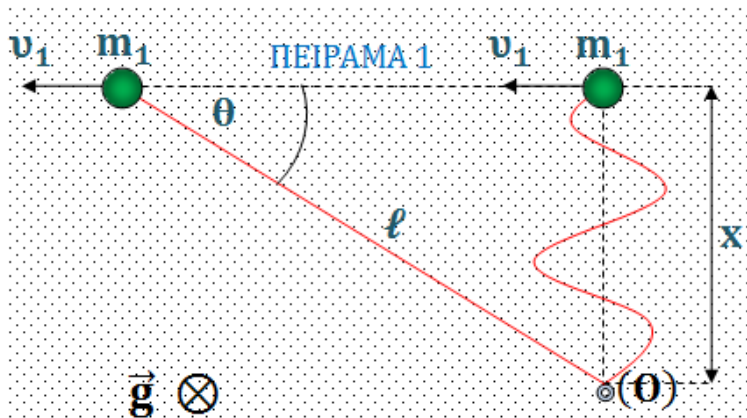


ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ-ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ

ΘΕΜΑ Δ

Με ένα ελαστικό σφαιρίδιο μικρών διαστάσεων μάζας m_1 πραγματοποιούμε δύο πειράματα πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο..

Στο πείραμα 1 το σφαιρίδιο έχει δεθεί στο ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $\ell = 2m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στον ακλόνητο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο (O). Το σφαιρίδιο που αρχικά απέχει απόσταση x από το σημείο (O), εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα v_1 κάθετα στην απόσταση x , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αμέσως μετά στο τέντωμα του νήματος το σφαιρίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση περιόδου T .

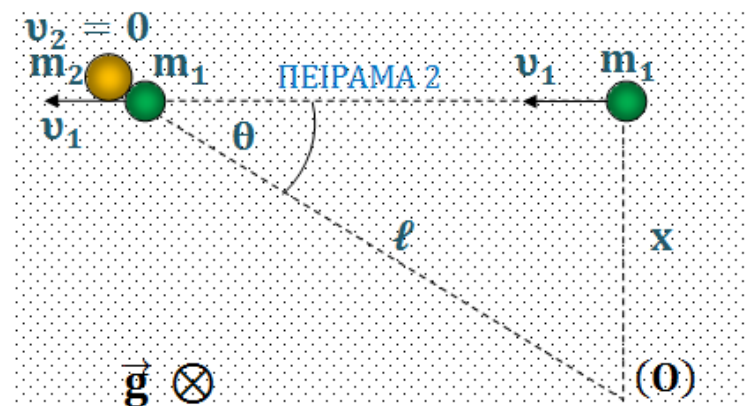
Δ₁. Να αποδειχθούν:

- α) Το σφαιρίδιο θα χάσει ενέργεια εξαιτίας της αλληλεπίδρασης του με το νήμα.
- β) Το κλάσμα απώλειας της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{|\Delta K_1|}{K_1} = \sin^2 \theta$$

Δ₂. Αν η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου είναι $T = 4\pi s$ και το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου είναι 75% να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας v_1 .

Στο πείραμα 2 το σφαιρίδιο μάζας m_1 δεν είναι δεμένο στο νήμα, ωστόσο το εκτοξεύουμε από την ίδια θέση με την ίδια ταχύτητα v_1 όπως στο πείραμα 1. Στη θέση που τεντώθηκε το νήμα είναι ακίνητο άλλο σφαιρίδιο μάζας m_2 , με



το οποίο το σφαιρίδιο μάζας m_1 συγκρούεται πλάγια και ελαστικά. Αμέσως μετά την κρούση το σφαιρίδιο μάζας m_1 αποκτά την ίδια ταχύτητα όπως στο πείραμα 1 μετά το τέντωμα του νήματος.

Δ₃. Να αποδειχθούν:

- α) Τα σφαιρίδια μετά την κρούση θα κινηθούν σε κάθετες διευθύνσεις.
- β) $m_2 = m_1$

Δ₄. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου μάζας m_2 μετά την κρούση.

Δ₁.

α) Για το σφαιρίδιο μάζας m_1 είναι:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau_{(0)} = 0 &\Leftrightarrow L_1 = L_2 \Leftrightarrow m_1 v_1 x = m_1 v'_1 \ell \Leftrightarrow v_1 x = v'_1 \ell \Leftrightarrow v'_1 = v_1 \frac{x}{\ell} \\ &\Leftrightarrow v'_1 = v_1 \eta \mu \theta \quad (1) \end{aligned}$$

Για τις κινητικές ενέργειες K'_1, K_1 , λίγο πριν και λίγο μετά το τέντωμα του νήματος ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} K'_1 &= \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 \\ K_1 &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{K'_1}{K_1} = \frac{v'^2_1}{v_1^2} \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} \frac{K'_1}{K_1} = \eta \mu^2 \theta \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow K'_1 = K_1 \eta \mu^2 \theta \stackrel{(\eta \mu^2 \theta < 1)}{\Leftrightarrow} K'_1 < K_1 \quad (3)$$

Συνεπώς το σφαιρίδιο μάζας m_1 χάνει ενέργεια κατά το τέντωμα του νήματος.

β) Το κλάσμα απώλειας της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου μάζας m_1 δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \frac{|\Delta K_1|}{K_1} &= \frac{|K'_1 - K_1|}{K_1} \Leftrightarrow \frac{|\Delta K_1|}{K_1} = \frac{K_1 - K'_1}{K_1} \Leftrightarrow \frac{|\Delta K_1|}{K_1} = 1 - \frac{K'_1}{K_1} \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} \\ &\frac{|\Delta K_1|}{K_1} = 1 - \eta \mu^2 \theta \Leftrightarrow \frac{|\Delta K_1|}{K_1} = \sigma \nu \nu^2 \theta \quad (4) \end{aligned}$$

Δ₂. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σφαιριδίου μάζας m_1 είναι:

$$v'_1 = \frac{2\pi}{T} \ell \Leftrightarrow v'_1 = 1 \text{ m/s}$$

Επίσης:

$$\frac{|\Delta K_1|}{K_1} = 75\% \stackrel{(4)}{\Leftrightarrow} \sigma \nu \nu^2 \theta = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \sigma \nu \nu \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \theta = 30^\circ$$

Αντικαθιστώντας στην σχέση (1), παίρνουμε:

$$v_1 = 2 \text{ m/s}$$

Δ₃.

α) Για το σύστημα των σφαιριδίων κατά την κρούση:

$$\Sigma \tau_{\xi\xi(0)} = 0 \Leftrightarrow L_{\text{πριν}} = L_{\text{μετά}} \Leftrightarrow L_1 + L_2 = L'_1 + L'_2 \quad (5)$$

Όμως :

$$L_2 = 0 \text{ και } L_1 = L'_1 \quad (6)$$

Η σχέση (5) λόγω της σχέσης (6) δίνει:

$$L'_2 = 0 \quad (7)$$

Από τη σχέση (7) συμπεραίνουμε ότι το σφαιρίδιο μάζας m_2 έχει μετά την κρούση ταχύτητα που συμπίπτει με αυτή του τεντωμένου νήματος, άρα κάθετη στην ταχύτητα v'_1 του σφαιριδίου μάζας m_1 . Συνεπώς ισχύει:

$$\vec{v}'_1 \perp \vec{v}'_2$$

β) Κατά την κρούση των σφαιριδίων διατηρείται η ορμή και η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιριδίων.

Αρχή διατήρησης της ορμής.

$$\begin{aligned} \vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετά}} &\Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 \Leftrightarrow P_1^2 = P'^2_1 + P'^2_2 \\ &\Leftrightarrow (m_1 v_1)^2 = (m_1 v'_1)^2 + (m_2 v'_2)^2 \Leftrightarrow m_1^2 (v_1^2 - v'^2_1) = m_2^2 v'^2_2 \quad (8) \end{aligned}$$

$$K_{\text{πριν}} = K_{\text{μετά}} \Leftrightarrow K_1 + K_2 = K'_1 + K'_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \Leftrightarrow$$

$$m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2 \quad (9)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (8) και (9) προκύπτει ότι:

$$m_1 = m_2 \quad (10)$$

Δ4.Α' τρόπος. Αντικαθιστώντας στην σχέση (9) τη σχέση (10) παίρνουμε:

$$|v'_2| = \sqrt{3}m/s$$

Β' τρόπος. Στο σφαιρίδιο μάζας m_2 μεταβιβάστηκε κατά την κρούση το 75% της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου μάζας m_1 . Άρα:

$$\frac{\Delta K_2}{K_1} = 75\% \Leftrightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow |v'_2| = \sqrt{3}m/s$$