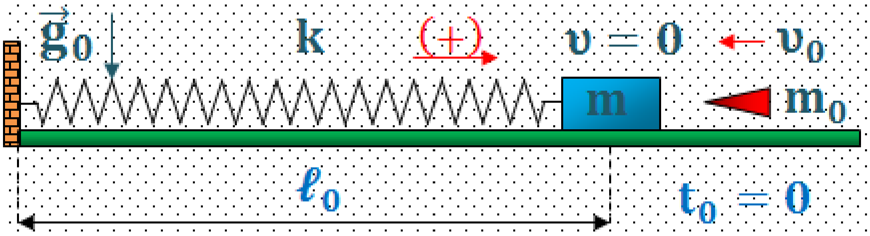
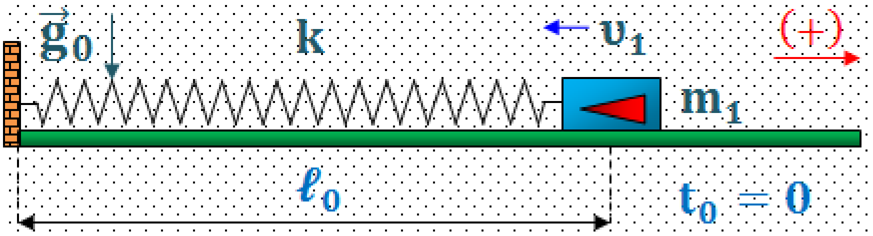
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

ΘΕΜΑ Δ

Ο απλός αρμονικός ταλαντωτής του σχήματος αποτελείται από ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100N/m$, στο δεξί άκρο του οποίου έχει στερεωθεί το σώμα μάζας $m = 0,95kg$, ενώ το αριστερό σε κατακόρυφο τοίχο. Το σώμα ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στην επιφάνεια της Γης, όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g_0 = 10m/s^2$. Βλήμα μάζας $m_0 = 0,05kg$ κινούμενο οριζόντια στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου υ_0 συγκρούεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κεντρικά και πλαστικά με το σώμα μάζας m.

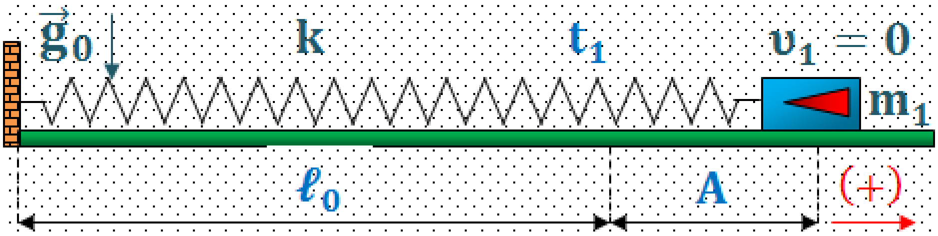


Το παραγόμενο συσσωμάτωμα μάζας m_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,05m$. Να βρεθούν:

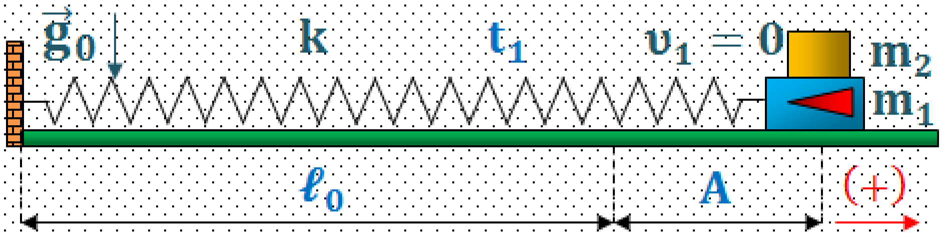


Δ₁.Το μέτρο υ_0 της ταχύτητας του βλήματος.

Δ₂.Η χρονική στιγμή t_1 που η ταχύτητα του συσσωματώματος στιγμιαία μηδενίζεται για δεύτερη φορά μετά την κρούση.



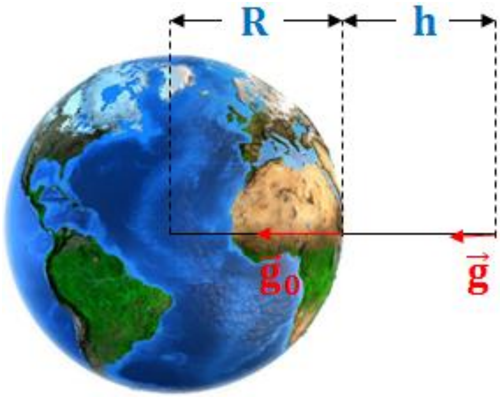
Τη χρονική στιγμή t_1 αφήνουμε πάνω στο συσσωμάτωμα μικρό σώμα μάζας $m_2 = 3kg$ που εμφανίζει με αυτό συντελεστή στατικής τριβής $\mu_s = 0,5$. Το σύστημα εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση.



Δ₃.Να γραφεί η εξίσωση της στατικής τριβής που ασκείται στο σώμα μάζας m_2 από το συσσωμάτωμα, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση της νέας ταλάντωσης του συστήματος.Θετική η φορά προς τα δεξιά.

Δ₄.Να βρεθεί η μέγιστη τιμή του πλάτους της ταλάντωσης του συστήματος των δύο σώμάτων, ώστε το σώμα μάζας m_2, να μην ολισθήσει πάνω στο συσσωμάτωμα μάζας m_1.

Δ₅.Να βρεθεί το μέγιστο ύψος από την επιφάνεια της Γης όπου μπορούμε να φέρουμε τον ταλαντωτή, ώστε το σώμα μάζας m_2, να μην ολισθήσει πάνω στο συσσωμάτωμα μάζας m_1. Δίνεται η ακτίνα της Γης $R = 6400km$ και η σχέση που δίνει το μέτρο g της επιτάχυνσης της βαρύτητας σε συνάρτηση με το ύψος h από την επιφάνεια της Γης:



$$g = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

Απάντηση

Δ1. Με εφαρμογή της Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση:

$$p_{πριν} = p_{μετα} \Leftrightarrow m_0 υ_0 = (m + m_0)υ_1$$

είναι:

$$ω = \sqrt{\frac{k}{m + m_0}} \quad \text{και} \quad υ_1 = ωA = 0{,}5\text{m/s}$$

οπότε:

$$υ_0 = \frac{m + m_0}{m_0} υ_1 \Leftrightarrow \mathbf{υ_0 = 10m/s}$$

Δ2. Εφόσον η ταλάντωση του συσσωματώματος ξεκινά από τη θέση ισορροπίας, η ζητούμενη χρονική στιγμή είναι:

$$t_1 = \frac{3T}{4} \Leftrightarrow t_1 = \frac{3}{4}\frac{2π}{ω} \Leftrightarrow \mathbf{t_1 = \frac{3π}{20}\ s}$$

Δ3. Για τη μάζα m_2 είναι:

$$ΣF_2 = m_2 α \quad \text{με} \quad α = -ω'^2 x \quad \text{και} \quad ω' = \sqrt{\frac{k}{m_{ολ}}} \Leftrightarrow ω' = 5\ \text{rad/s}$$

Όμως

$$ΣF_2 = T_s$$

Άρα:

$$T_s = -m_2 ω'^2 x \Leftrightarrow$$
$$\mathbf{T_s = -75x\ \ (S.I.), -0{,}05 \leq x \leq 0{,}05}$$

Δ4. Για να μην ολισθήσει το m_3 πάνω στο συσσωμάτωμα πρέπει:

$$|T_s| \leq μ_s |N| \Leftrightarrow |-m_2 ω'^2 x| \leq μ_s m_2 g \Leftrightarrow$$
$$ω'^2 |x| \leq μ_s g \Leftrightarrow |x| \leq \frac{μ_s}{ω'^2} g \xLeftrightarrow{ω'^2 = \frac{k}{m_1 + m_2} \text{ και } |x| = A}$$
$$A \leq μ_s \frac{m_1 + m_2}{k} g \Leftrightarrow A_{max} = μ_s \frac{m_1 + m_2}{k} g \Leftrightarrow$$
$$\mathbf{A_{max} = 0{,}2m}$$

Δ5. Καθώς αυξάνει το ύψος h του ταλαντωτή από την επιφάνεια της Γης το g μειώνεται, άρα και το μέγιστο πλάτος A_{max}. Όταν $A = A_{max}$ θα αρχίσει η ολίσθηση του m_2 πάνω στο m_1.

Άρα:

$$A = μ_s \frac{m_1 + m_2}{k} g \Leftrightarrow g = \frac{kA}{μ_s (m_1 + m_2)} \Leftrightarrow g = 2{,}5\text{m/s}^2 \quad \text{δηλαδή} \quad g = \frac{g_0}{4}$$

Όμως:

$$g = g_0 \left(\frac{R}{R + h}\right)^2 \Leftrightarrow h = R \Leftrightarrow$$
$$\mathbf{h = 6400km}$$