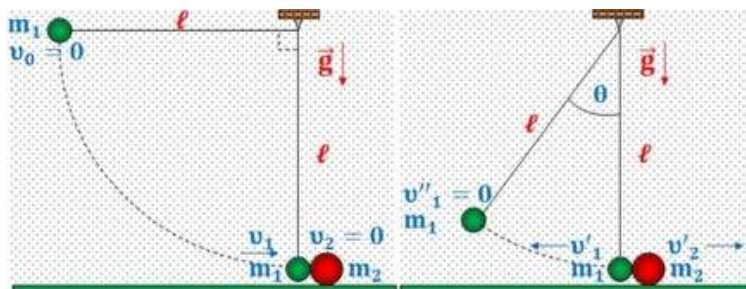


**ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ**  
**ΘΕΜΑ Β**

Μικρό σφαιρίδιο Σ<sub>1</sub> μάζας m<sub>1</sub> είναι δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς και ελαστικού νήματος μήκους ℓ, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Το σφαιρίδιο συγκρατείται ακίνητο με το νήμα οριζόντιο και τεντωμένο και κάποια στιγμή αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο, το σφαιρίδιο μάζας m<sub>1</sub> συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλο σφαιρίδιο Σ<sub>2</sub> μάζας m<sub>2</sub>, που είναι ακίνητο πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Μετά την κρούση, το σφαιρίδιο μάζας m<sub>1</sub> ακινητοποιείται στιγμιαία σε θέση που το νήμα σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφο που διέρχεται από το σημείο πρόσδεσης του νήματος.



**A.** Το κλάσμα της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου μάζας m<sub>1</sub> ελάχιστα πριν την κρούση, που εξαιτίας της μεταφέρθηκε στο σφαιρίδιο μάζας m<sub>2</sub> είναι ίσο με:

- α.** συνθ                                      **β.** 1 – συνθ                                      **γ.** συν<sup>2</sup>θ

Αν συνθ = 3/4 τότε:

**B.** Ο λόγος  $\frac{m_1}{m_2}$  μαζών των σφαιριδίων είναι:

- α.** ½ ή 2                                      **β.** 1/3 ή 3                                      **γ.** ¼ ή 4

**Γ.** Η επιτάχυνση του σφαιριδίου μάζας m<sub>1</sub>, αμέσως μετά την κρούση είναι:

- α.** g/2                                      **β.** g/3                                      **γ.** g/4

**Λύση**

**α.** Η ταχύτητα του m<sub>1</sub> πριν την κρούση είναι:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = m_1 g \ell \Rightarrow v_1 = \sqrt{2g\ell} \quad (1)$$

Η ταχύτητα του m<sub>1</sub> μετά την κρούση έχει μέτρο:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 = -m_1 g h \Rightarrow v_1' = \sqrt{2gh} \quad (2)$$

Το κλάσμα μεταβίβασης της Σ<sub>1</sub> στη Σ<sub>2</sub> είναι:  $\kappa = \frac{K_2'}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \frac{(2m_1 v_1)^2}{v_1^2 (m_1 + m_2)^2} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \quad (3)$

Το συνημίτονο της γωνίας είναι:

$$\text{συν}\theta = \frac{\ell - h}{\ell} = 1 - \frac{h}{\ell} \stackrel{(1)}{=} 1 - \frac{2g}{\frac{v_1'^2}{2g}} = 1 - \frac{v_1'^2}{v_1^2} = 1 - \frac{(m_1 - m_2)^2 v_1^2}{(m_1 + m_2)^2 v_1^2} = 1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{(m_1 + m_2)^2 - (m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} =$$

$$\frac{(m_1 + m_2 + m_1 - m_2)(m_1 - m_2 - m_1 + m_2)}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \quad (4)$$

Από (3) και (4)  $\Rightarrow \kappa = \text{συν}\theta$  (5)

Άρα σωστό το **α**.

**β**. Αν  $\lambda = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow m_1 = \lambda m_2$ . Από την (5)  $\Rightarrow$

$$\frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{4\lambda m_2 m_2}{(\lambda m_2 + m_2)^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{4\lambda}{(\lambda + 1)^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow 16\lambda = 3\lambda^2 + 6\lambda + 3 \Rightarrow 3\lambda^2 - 10\lambda + 3 = 0$$

$$\Delta = 100 - 36 = 64 \qquad \lambda = \frac{10 \pm 8}{6} \Rightarrow \lambda = \mathbf{1/3} \text{ ή } \lambda = \mathbf{3}$$

Άρα σωστό το **β**.

**γ**. Η επιτάχυνση του  $m_1$  είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση, δηλαδή:  $\alpha_\kappa = \frac{v_1'^2}{\ell} = \frac{2gh}{\ell}$  (6)

$$\text{Ισχύει: } \text{συν}\theta = \frac{\ell - h}{\ell} \Rightarrow \frac{3}{4} = 1 - \frac{h}{\ell} \Rightarrow \frac{h}{\ell} = \frac{1}{4} \quad (7)$$

$$\text{Από (6), (7)} \Rightarrow \alpha_\kappa = \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{2}}$$