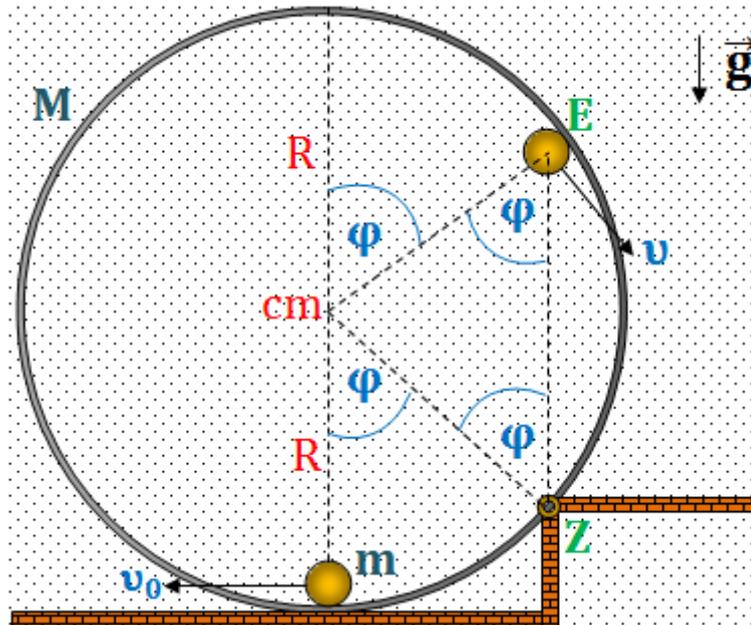


**ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ**

**ΘΕΜΑ Β**

Λεπτός λείος ομογενής τροχός μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  ισορροπεί με το επίπεδο του κατακόρυφο επαπτόμενος σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ο τροχός μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από την κορυφή  $Z$  ορθογώνιου σκαλοπατιού ύψους  $h$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Από το κατώτερο εσωτερικό σημείο του τροχού εκτοξεύεται μικρό σφαιρίδιο μάζας  $m$  με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v_0 = \sqrt{5gR}$ . Όταν το σφαιρίδιο φτάσει στο άκρο  $E$  της κατακόρυφης χορδής  $ZE$  του ο τροχός χάνει την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο.

Αν γνωρίζουμε ότι  $M = 1,44m$ , τότε για το ύψος  $h$  του σκαλοπατιού ισχύει:

- α)  $h = 0,4R$  ή  $0,6R$       β)  $h = 0,6R$  ή  $0,8R$       γ)  $h = 0,4R$  ή  $0,8R$

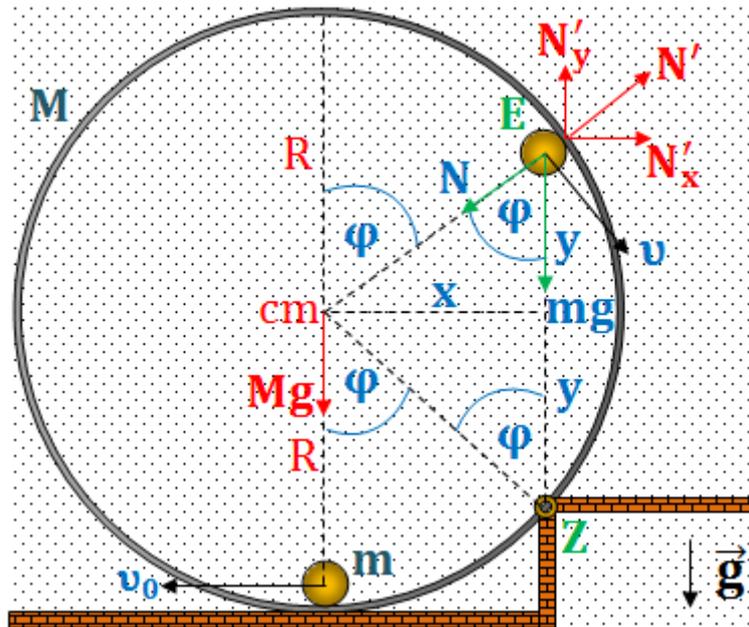
Δίνεται:  $1,44 = \frac{36}{25}$

**Λύση**

Σωστό το α.

Από την ισορροπία του τροχού όταν το σφαιρίδιο βρίσκεται στη θέση  $E$  έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau_Z = 0 &\Leftrightarrow \tau_{Mg} - \tau_{Nx} = 0 \Leftrightarrow Mg x - N_x 2y = 0 \Leftrightarrow \\ MgR \eta \mu \varphi &= N \eta \mu \varphi 2R \sigma \nu \nu \varphi \Leftrightarrow Mg = 2N \sigma \nu \nu \varphi \Leftrightarrow \\ N &= \frac{Mg}{2 \sigma \nu \nu \varphi} \quad (1) \end{aligned}$$



Εφαρμόζουμε το  $\Theta.M.K.E.$  για τη μη ομαλή κυκλική κίνηση του σφαιριδίου μέχρι το σημείο  $E$ :

$$\begin{aligned} \Sigma W = \Delta K &\Leftrightarrow -mgR(1 + \sigma\upsilon\upsilon\varphi) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Leftrightarrow \\ v^2 = v_0^2 - 2gR(1 + \sigma\upsilon\upsilon\varphi) &\Leftrightarrow v^2 = 5gR - 2gR(1 + \sigma\upsilon\upsilon\varphi) \Leftrightarrow \\ v^2 = gR(3 - 2\sigma\upsilon\upsilon\varphi) &\quad (2) \end{aligned}$$

Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που δέχεται στο σημείο  $E$  το σφαιρίδιο είναι:

$$\begin{aligned} F_{\kappa} = m \frac{v^2}{R} &\stackrel{(2)}{\Leftrightarrow} N + mg\sigma\upsilon\upsilon\varphi = \frac{m}{R}gR(3 - 2\sigma\upsilon\upsilon\varphi) \Leftrightarrow \\ N = 3mg(1 - \sigma\upsilon\upsilon\varphi) &\quad (3) \end{aligned}$$

Εξισώνοντας τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει:

$$\frac{Mg}{2\sigma\upsilon\upsilon\varphi} = 3mg(1 - \sigma\upsilon\upsilon\varphi) \Leftrightarrow 6\sigma\upsilon\upsilon\varphi(1 - \sigma\upsilon\upsilon\varphi) = \frac{M}{m} \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} 6\sigma\upsilon\upsilon\varphi(1 - \sigma\upsilon\upsilon\varphi) = 1,44 &\Leftrightarrow 25\sigma\upsilon\upsilon^2\varphi - 25\sigma\upsilon\upsilon\varphi + 6 = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \sigma\upsilon\upsilon\varphi_1 = \frac{3}{5} \quad \text{ή} \quad \sigma\upsilon\upsilon\varphi_2 = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Όμως ισχύει:

$$\sigma\upsilon\upsilon\varphi = \frac{R-h}{R} \Leftrightarrow \frac{3}{5} = \frac{R-h}{R} \Leftrightarrow h = \frac{2}{5}R \quad (4)$$

ή

$$\sigma\upsilon\upsilon\varphi = \frac{R-h}{R} \Leftrightarrow \frac{2}{5} = \frac{R-h}{R} \Leftrightarrow h = \frac{3}{5}R \quad (5)$$