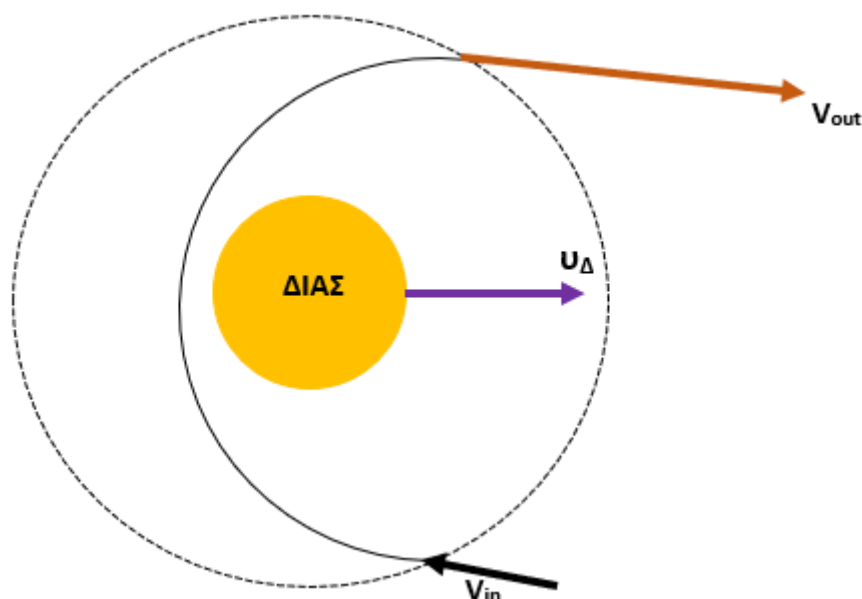


Gravity assist στον Δία



Διαστημόπλοιο εισέρχεται στη σφαίρα επιρροής του Δία με ταχύτητα $V_{in} = 6 \text{ km/s}$ που σχηματίζει γωνία $\phi = 120^\circ$ με την ταχύτητά του u_{Δ} . Το διαστημόπλοιο εισέρχεται κατά τρόπο ώστε διερχόμενο «πίσω» από τον πλανήτη και αλληλεπιδρώντας με το βαρυτικό του πεδίο να εξέλθει με μία μεγάλη ταχύτητα V_{out} . Αν η ταχύτητα του Δία στην τροχιά του είναι $u_{\Delta} = 13 \text{ km/s}$ και όλες οι ταχύτητες που αναφέραμε είναι ως προς τον ήλιο, τότε:

- A)** Πως θα ερμήνευε το φαινόμενο παρατηρητής πάνω στον Δία;
- B)** Ποιο το μέτρο και η κατεύθυνση της V_{out} ; Δείξτε ότι $V_{out} > 2u_{\Delta}$ και βρείτε τη μέγιστη τιμή της V_{out} .
- Γ)** Ποια η συνολική γωνία εκτροπής της ταχύτητας του διαστημόπλοιου;
- Δ)** Που βρέθηκε η επιπλέον κινητική ενέργεια που απέκτησε το διαστημόπλοιο;
- Ε)** Για γωνίες $\phi < 90^\circ$ το διαστημόπλοιο περνά «μπροστά» από τον πλανήτη. Βρείτε την ελάχιστη τιμή της V_{out} και δείξτε ότι αν το διαστημόπλοιο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από τον πλανήτη $V_{in} > u_{\Delta}$ εξέρχεται με μικρότερη ταχύτητα $V_{out} < V_{in}$. Να γίνει αριθμητική εφαρμογή για $u_{\Delta} = 13 \text{ km/s}$, $V_{in} = 15 \text{ km/s}$.

Λύση

A) Ο παρατηρητής στον Δία θεωρεί τον εαυτό του ακίνητο όπως εμείς στη γη. Επομένως θα έβλεπε το διαστημόπλοιο να εισέρχεται και να εξέρχεται με την ίδια ταχύτητα σαν ελαστική κρούση σε ακίνητο λείο τοίχο. Ελαστική κρούση γιατί οι βαρυτικές δυνάμεις αλληλεπίδρασης βαρυτικού πεδίου του Δία και διαστημόπλοιου είναι εσωτερικές για το σύστημα.

B) Αρχή διατήρησης της ορμής για ακίνητο παρατηρητή στον ήλιο:

$$M\vec{u}_\Delta + m\vec{V}_{in} = M\vec{u}_{\Delta(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} + m\vec{V}_{out} \Rightarrow \frac{m}{M}(\vec{V}_{in} - \vec{V}_{out}) = \vec{u}_{\Delta(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} - \vec{u}_\Delta \quad (1)$$

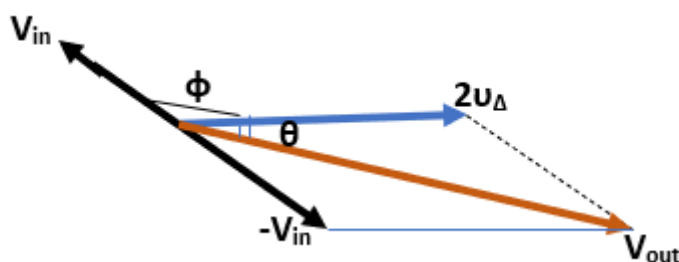
Αλλά η μάζα του Δία $M \gg m$ μάζα του διαστημόπλοιου m οπότε $m/M \rightarrow 0$ και από (1) $\Rightarrow \vec{u}_{\Delta(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} = \vec{u}_\Delta \quad (2)$

Επειδή το σύστημα Δίας – διαστημόπλοιο είναι μονωμένο ισχύουν για το σύστημα οι αρχές διατήρησης της ορμής και μηχανικής ενέργειας όπως ακριβώς σε μία ελαστική κρούση. Συνδυασμός των δύο αρχών δίνει την εξίσωση:

$$\vec{V}_{in} + \vec{V}_{out} = \vec{u}_\Delta + \vec{u}_{\Delta(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \quad (3)$$

$$(2)(3) \Rightarrow \vec{V}_{out} = 2\vec{u}_\Delta - \vec{V}_{in}$$

Συνθέτουμε τα διανύσματα:



$$V_{out} = \sqrt{4v_\Delta^2 + V_{in}^2 + 4v_\Delta V_{in} \cos(180 - \varphi)} \quad (4)$$

Αντικαθιστώντας τι δοσμένες τιμές

$V_{out} = 30$ km/s περίπου, ταχύτητα ικανή να οδηγήσει το διαστημόπλοιο εκτός ηλιακού συστήματος

$$\frac{\eta \mu \theta}{V_{in}} = \frac{\eta \mu \varphi}{V_{out}} \Rightarrow \theta = 10^\circ \text{ περίπου}$$

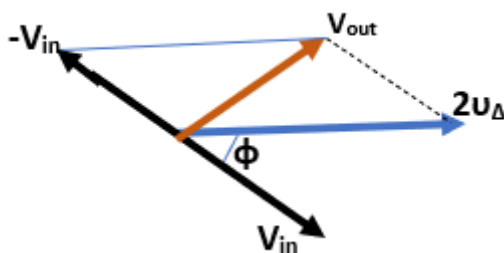
Από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτει ότι $V_{out} > 2u_{\Delta}$ και παίρνει τη μέγιστη τιμή του για $\phi = 180^{\circ}$ (4) $\Rightarrow V_{out(max)} = V_{in} + 2u_{\Delta} \Rightarrow V_{out(max)} = 32 \text{ km/s}$

Γ) Η βαρύτητα του Δία εκτρέπει την ταχύτητα του διαστημόπλοιου κατά 130° αυξάνοντας το μέτρο της από 6 km/s σε 30 km/s .

Δ) Η επιπλέον κινητική ενέργεια του διαστημόπλοιου αφαιρέθηκε από την κινητική ενέργεια του Δία. Ο Δίας όμως είναι ένα τεράστιο σώμα και η ενέργεια που του αφαιρέθηκε είναι απειροελάχιστη για τον Δία σημαντική όμως για το διαστημόπλοιο. Ομοίως και η επιπλέον ορμή του διαστημόπλοιου αφαιρέθηκε από την ορμή του Δία που για τον ίδιο λόγο είναι απειροελάχιστη για τον Δία και ένεκα τούτου η ταχύτητά του ουσιαστικά δεν μεταβάλλεται.

Ε)

$$\vec{V}_{out} = 2\vec{u}_{\Delta} - \vec{V}_{in}$$



$$V_{out} = \sqrt{4u_{\Delta}^2 + V_{in}^2 + 4u_{\Delta}V_{in}\cos(180 - \phi)}$$

Ελάχιστο V_{out} για $\phi = 0$ $V_{out(min)} = 2u_{\Delta} - V_{in}$

$V_{out} < V_{in} \Rightarrow 2u_{\Delta} - V_{in} < V_{in} \Rightarrow V_{in} > u_{\Delta}$ που ισχύει εξ υποθέσεως και με αντίστροφη πορεία $V_{out} < V_{in}$

Για $u_{\Delta} = 13 \text{ km/s}$, $V_{in} = 15 \text{ km/s}$

$$V_{out(min)} = 2 \times 13 - 15 = 11 \text{ km/s} < V_{in}$$