Οι παλιρροϊκές δυνάμεις της γης στη σελήνη έχουν «κλειδώσει» τον δορυφόρο μας σε μία περίοδο περιστροφής όση η περίοδος περιφοράς του γύρω από τη γη.
Οι παλιρροϊκές δυνάμεις της σελήνης στη γη προκαλούν το φαινόμενο των παλιρροιών όπου η τριβή του στερεού φλοιού της γης με το παλιρροϊκό κύμα επιβραδύνει την περιστροφή της γης με αύξηση της περιόδου περιστροφής κατά 2 ms/αιώνα(μείωση της γωνιακής ταχύτητας).
Η επιβράδυνση αυτή συνεπάγεται τελικά αύξηση της απόστασης γης σελήνης.

Θεωρείστε τη γη ομογενές ελλειψοειδές με περίοδο περιστροφής T = 86160 s, **μέση** ακτίνα R = 6371 km, μάζα $M_Γ$ = 5,972χ10^{24} kg και ροπή αδράνειας I = 0,33$M_ΓR^2$ Δίνονται ακόμα: G = 6,674x10^{-11} Nm^2/kg^2, ότι η σελήνη κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη γη ακτίνας όση η μέση απόσταση των κέντρων γης σελήνης r = 384.400 km, μάζα σελήνης $M_Σ$ = 7,346χ10^{22} kg, σ**το σύστημα γης σελήνης θεωρούμε τη γη ακίνητη και τη σελήνη να περιφέρεται γύρω από τη γη, επιπλέον το σύστημα δεν δέχεται επίδραση από άλλα ουράνια σώματα.**

Α. Ποια βασική αρχή δικαιολογεί την απομάκρυνση της σελήνης από τη γη και γιατί.
Β. Υπολογίστε αυτή την απομάκρυνση.
Γ. Πόση ήταν η περίοδος περιστροφής της γης την εποχή που συντονίστηκε η σελήνη με τη γη 3,5 δις χρόνια πριν.
Δ. Παρά το γεγονός ότι η ελκτική δύναμη του ήλιου στη σελήνη είναι σχεδόν διπλάσια από την ελκτική δύναμη της γης η σελήνη κινείται μέσα στη σφαίρα που η γη κυριαρχεί βαρυτικά(σφαίρα επιρροής) και αποτελεί φυσικό δορυφόρο της. Η σφαίρα επιρροής της γης εκτείνεται θεωρητικά στα 920.000 km. Καθώς η σελήνη απομακρύνεται από τη γη σε πόσα χρόνια ο ήλιος θα αποσπάσει τη σελήνη και δεν θα είναι πλέον δορυφόρος της γης.

ΛΥΣΗ

Α. Στο κλειστό σύστημα γη – σελήνη η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών είναι μηδέν με αποτέλεσμα η στροφορμή του συστήματος γη-σελήνη να παραμένη σταθερή.

$L_{ολ}$ = ct => στροφορμή μεταφορικής κίνησης γης + στροφορμή περιστροφικής κίνησης της γης + στροφορμή μεταφορικής κίνησης σελήνης + στροφορμή περιστροφικής κίνησης σελήνης = ct =>

$\frac{dL_Γ}{dt}(με\tau) + \frac{dL_Γ}{dt}(περ) + \frac{dL_Σ}{dt}(με\tau) + \frac{dL_Σ}{dt}(περ)$ *=0 (1) αλλά*

$\frac{dL_Γ}{dt}(με\tau) = 0$ *η γη θεωρείται ακίνητη και* $\frac{dL_Σ}{dt}(περ)$ *=0 δεδομένου ότι η γωνιακή ταχύτητα λόγω περιστροφής της σελήνης είναι κλειδωμένη σε μία σταθερή τιμή και η στροφορμή της δεν μεταβάλλεται.*

(1)=> $\boldsymbol{\frac{dL_Γ}{dt}(περ) + \frac{dL_Σ}{dt}(με\tau) = 0}$ *(2)*

Η στροφορμή της γης μειώνεται γιατί αυξάνεται η περίοδος και μειώνεται η ω οπότε $\frac{dL_Γ}{dt}(περ) = I\frac{dω}{dt} < 0$, $(2) => \frac{dL_Σ}{dt}(με\tau) > 0$ δηλαδή η στροφορμή της σελήνης αυξάνεται, αλλά για τη σελήνη $F_g = F_c$ => $\frac{M_Γ M_Σ}{r^2} = M_Σ\frac{υ_Σ^2}{r} => υ_Σ = \sqrt{\frac{GM_Γ}{r}}$,στροφορμή σελήνης $L_{σελήνης} = M_Σ υ_Σ r = M_Σ\sqrt{\frac{GM_Γ}{r}}r = M_Σ\sqrt{GM_Γ r}$ (3)και επειδή αυξάνεται η στροφορμή της σελήνης αυξάνεται το r δηλαδή η απόσταση της σελήνης από τη γη.

Β. $\frac{dL_Γ}{dt}(περ) = I\frac{dω}{dt} = Id\frac{\frac{2π}{T}}{dt} = -\frac{2πI}{T^2}\frac{dT}{dt}$ (3)

$\boldsymbol{\frac{dL_Σ}{dt}(με\tau)} = d(M_Σ υ_Σ r)/dt = d(M_Σ\sqrt{GM_Γ}χr^{1/2})/dt =>$

$\boldsymbol{\frac{dL_Σ}{dt}(με\tau)} = M_Σ\frac{1}{2}\sqrt{\frac{GM_Γ}{r}}\frac{dr}{dt}$ (4)

(2)(3)4)=> $M_Σ\frac{1}{2}\sqrt{\frac{GM_Γ}{r}}\frac{dr}{dt} = I\frac{2π}{T^2}\frac{dT}{dt}$ =>

$$\boldsymbol{\frac{dr}{dt} = 4π\frac{I}{\sqrt{\frac{GM_Γ}{r}}M_Σ T^2}\frac{dT}{dt}}\ \textbf{(5)}$$

$I = 0{,}33χ5{,}972χ10^{24}χ(6371000)^2$ => $I = 8χ10^{37}$ kgm^2, $T_Σ = 27{,}3χ24χ3600 = 2.358.720$ s, r = 384.400.000 m, $M_Σ = 7{,}346χ10^{22}$ kg, T = 86160 s ,

$\frac{dT}{dt}$ = 2 ms/αιώνα = $2χ10^{-3}$ s/100 y = $2x10^{-5}$ s/y

(7)=> $\boldsymbol{\frac{dr}{dt} = 0{,}036\frac{m}{y} = 3{,}6\ cm/y}$

Στην πράξη με μετρήσεις από τη δέσμη Laser που ανακλάται στον ανακλαστήρα που έχει τοποθετηθεί στη σελήνη προκύπτει ότι η μέση απομάκρυνση της σελήνης από τη γη είναι 3,8 cm τον χρόνο σε πλήρη συμφωνία με τη θεωρία αν λάβουμε υπόψη τις προσεγγίσεις που χρησιμοποιήσαμε.

Γ. Τα $3,5\chi10^{9}$ χρόνια είναι $3,5\chi10^{7}$ αιώνες οπότε τότε η διάρκεια της ημέρας ήταν λιγότερη κατά $3,5\chi10^{7}\chi2\text{x}10^{-3}$ s περίπου 19 ώρες δηλαδή διαρκούσε περίπου 5 ώρες.

Δ. Για να αποσπάσει ο ήλιος τη σελήνη πρέπει αυτή να διανύσει ακόμα 920.000-384.400 = 535600 km = 535.600.000 m με 0,036 m το χρόνο απαιτούνται 535.600.000/0,036 = 15 δις χρόνια περίπου όπου προ πολλού δεν θα υπάρχει ούτε ήλιος ούτε γη ούτε φεγγάρι.