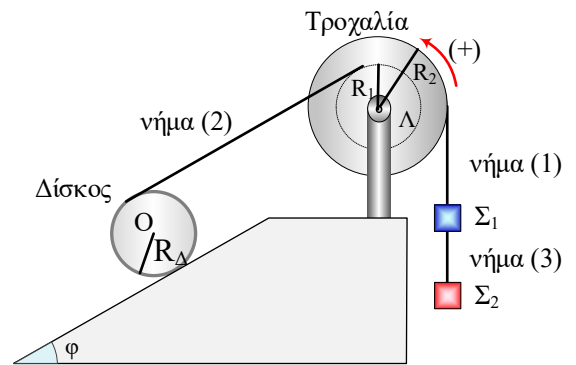


Ισοροπία και κινητική ενέργεια συστήματος σωμάτων.

Για το διπλανό σχήμα δίνεται ότι, η διάταξη είναι κατακόρυφη, όλα τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά, το κεκλιμένο επίπεδο είναι τραχύ με γωνία κλίσης φ όπου $\eta\mu\varphi = 0,8$. Η διπλή τροχαλία αποτελείται από δύο ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες $R_1 = R$ και $R_2 = 2R$ και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονά της. Το νήμα (1) είναι κατακόρυφο και τυλιγμένο πολλές φορές σε ένα λεπτό αυλάκι του εξωτερικού δίσκου της τροχαλίας και το άλλο του άκρο είναι δεμένο στο σώμα Σ_1 . Το νήμα (2) είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο, τυλιγμένο πολλές φορές σε ένα λεπτό αυλάκι του εσωτερικού δίσκου της τροχαλίας και το άλλο του άκρο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια του δίσκου που έχει λεπτό αυλάκι και ακτίνα $R_\Delta = R$. Το νήμα (3) ανήκει στην ίδια κατακόρυφο με το νήμα (1) και συνδέει το σώμα Σ_1 με το σώμα Σ_2 . Αρχικά όλα τα σώματα του συστήματος ισορροπούν ακίνητα.



Δίνονται $m_1 = 0,1 \text{ kg}$, $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$.

α. Να βρεθεί η μάζα του δίσκου

Κάποια στιγμή κόβεται το νήμα (3) με αποτέλεσμα ο δίσκος να αρχίσει να κυλάει χωρίς ολίσθηση, η τροχαλία να περιστρέφεται και το σώμα Σ_1 να ανέρχεται.

β. Τη στιγμή που ο δίσκος θα έχει μετατοπιστεί κατά $x_{\text{cm},\Delta} = 0,5 \text{ m}$, να βρεθεί η κινητική ενέργεια του συστήματος δίσκος - τροχαλία - σώμα Σ_1 .

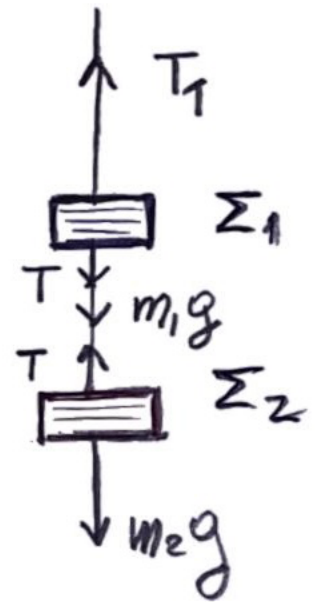
Λύση

(Σύντομη)

α) Σύστημα ($\Sigma_1 - \Sigma_2$)

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow T_1 = m_1 g + m_2 g$$

$$\Rightarrow \boxed{T_1 = 6 \text{ N}}$$

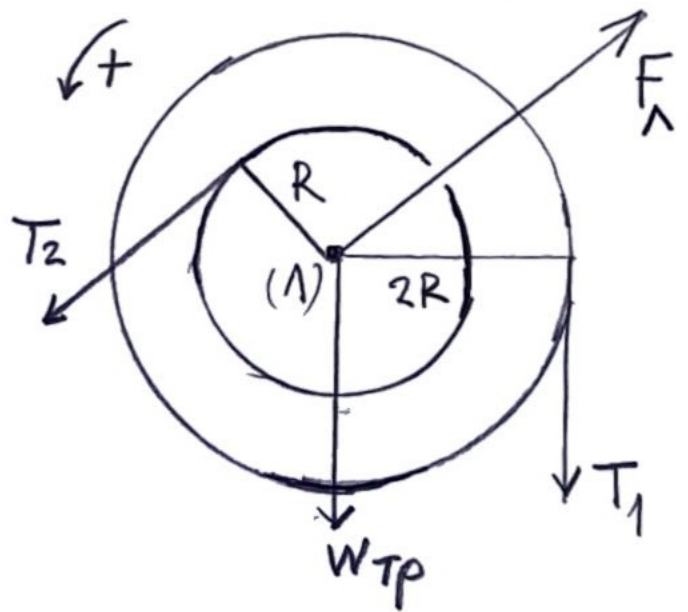


Τροχαλία

$$\sum \tau \stackrel{(A)}{=} 0 \Rightarrow$$

$$T_2 \cdot R - T_1 \cdot 2R = 0 \Rightarrow$$

$$T_2 = 2T_1 \Rightarrow \boxed{T_2 = 12 \text{ N}}$$



Δίσκος

$$\sum \tau \stackrel{(r)}{=} 0 \Rightarrow$$

$$W_X \cdot R - T_2 \cdot 2R = 0 \Rightarrow$$

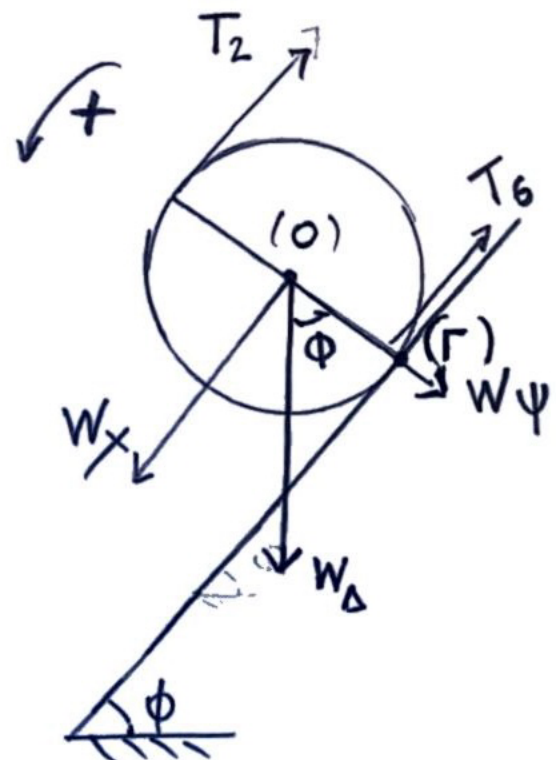
$$W_X = 2T_2 \Rightarrow$$

$$m_\Delta g \eta \mu \phi = 2T_2 \Rightarrow$$

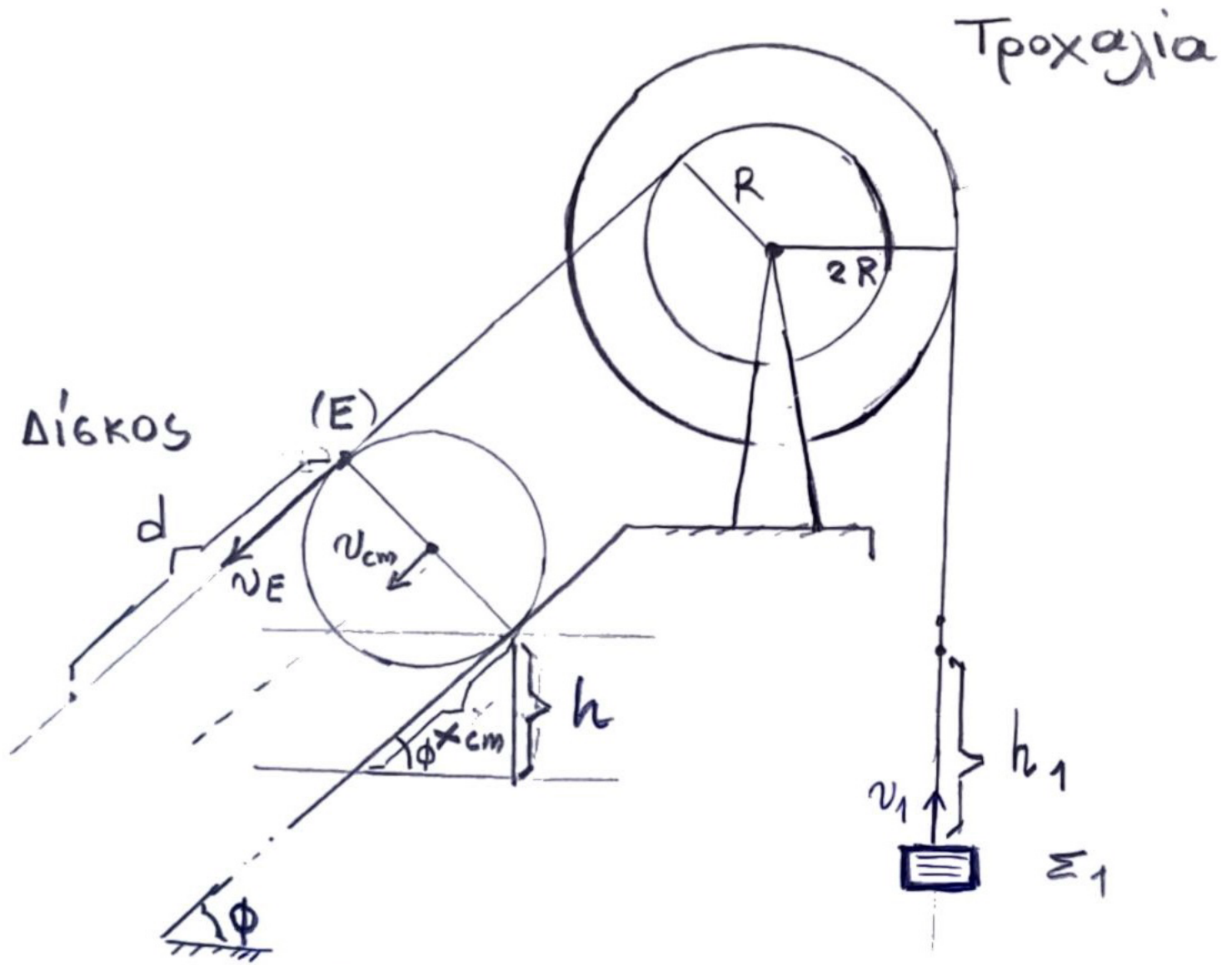
$$m_\Delta \cdot 10 \cdot 0,8 = 2 \cdot 12 \Rightarrow$$

$$m_\Delta = \frac{24}{8} \Rightarrow$$

$$m_\Delta = 3 \text{ kg.}$$



(1)



Κίνηση δίσκου

- $v_E = 2v_{cm}$ (κύλιση χωρίς ολίσθηση)
- $\Rightarrow \frac{\Delta X_E}{\Delta t} = 2 \frac{\Delta X_{cm}}{\Delta t}$ (Δt : απειροστά μικρός χρόνος)
- $\Rightarrow \Delta X_E = 2 \Delta X_{cm} \Rightarrow \Sigma \Delta X_E = 2 \Sigma \Delta X_{cm} \Rightarrow$
- $d = 2 X_{cm} \Rightarrow d = 1 \text{ m.}$
- $h = X_{cm} \sin \phi \Rightarrow h = 0,5 \cdot 0,8 \Rightarrow \boxed{h = 0,4 \text{ m}}$

Κίνηση τροχαλίας

- ϕ : η γωνία στροφής της τροχαλίας
- d : το μήκος του νήματος (2) που ξετυλίχθηκε KE από τον εσωτερικό δίσκο της τροχαλίας
- h_1 : το μήκος του νήματος (1) που τυλίχθηκε στον εξωτερικό δίσκο της τροχαλίας

16xύουν

$$\phi = \frac{d}{R}$$

$$\phi = \frac{h_1}{2R}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{R} = \frac{h_1}{2R} \Rightarrow h_1 = 2d \Rightarrow$$

$$\boxed{h_1 = 2m}$$

Κίνηση συστήματος

(Α.Δ.Μ.Ε.)

$$\underbrace{K_{αρ,δ} + K_{αρ,τρ} + K_{αρ,ε_1}}_{K_{αρ,συστ} = 0} + U_{αρ,δ} + U_{αρ,τρ} + U_{αρ,ε_1} =$$

$$\underbrace{K_{τελ,δ} + K_{τελ,τρ} + K_{τελ,ε_1}}_{K_{τελ,συστ}} + U_{τελ,δ} + U_{τελ,τρ} + U_{τελ,ε_1}$$

$$\Rightarrow U_{αρ,δ} - U_{τελ,δ} + U_{αρ,τρ} - U_{τελ,τρ} + U_{αρ,ε_1} - U_{τελ,ε_1} = K_{τελ,συστ}$$

$$\Rightarrow -\Delta U_{δ} - \Delta U_{τρ} - \Delta U_{ε_1} = K_{συστ,τελ} \Rightarrow$$

$$W_{m_{\Delta} \cdot g} + W_{m_{\tau} \cdot g} + W_{m_1 \cdot g} = K_{συστ,τελ} \Rightarrow$$

$$m_{\Delta} g h + 0 - m_1 g h = K_{συστ,τελ} \Rightarrow$$

$$3 \cdot 10 \cdot 0,4 - 0,5 \cdot 10 \cdot 2 = K_{συστ,τελ} \Rightarrow$$

$$12 - 10 = K_{συστ,τελ} \Rightarrow$$

$$\boxed{K_{συστ,τελ} = 2 \text{ J}}$$

(3)