ΘΕΜΑ Α

A1. (δ) **A2**. (β) **A3**. (β) **A4**. (δ) **A5** . α. Λ β. Σ γ. Λ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1 .

Το ποσοστό μείωσης του πλάτους υπολογίζεται από τη σχέση: $\Pi\% = \frac{A_{\alpha\rho\chi} - A_{\tau\varepsilon\lambda}}{A_{\alpha\rho\chi}} 100\%$

Στη χρονική διάρκεια μιας οποιαδήποτε περιόδου θα έχουμε :

$\Pi\% = \frac{A_\kappa - A_{\kappa+1}}{A_\kappa} 100\%$ ή $50\% = 1 - \frac{A_{\kappa+1}}{A_\kappa} 100\%$ ή $0,5 = 1 - \frac{A_{\kappa+1}}{A_\kappa} \frac{1}{2}$ ή $\frac{A_{\kappa+1}}{A_\kappa} = \frac{1}{2}$ (1)

Όμως από την εκφώνηση εχουμε: $A = A_0 e^{-\ell n 2 \cdot t}$ (2)

Στην σχέση (2) για t=T:

$A_1 = A_0 e^{-\ell n 2 \cdot T}$

$\frac{A_1}{A_0} = e^{-\ell n 2 \cdot T}$ ομως από $(1) \frac{A_1}{A_0} = \frac{1}{2}$ Συνεπώς:

$\frac{1}{2} = e^{-\ell n 2 \cdot T}$

$-\ell n 2 = -\ell n 2 \cdot T$

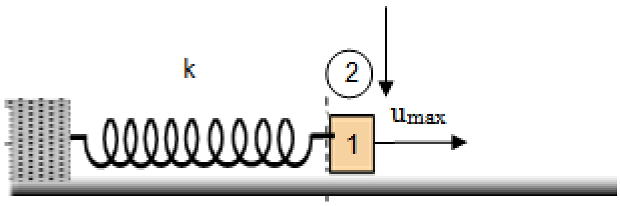
$T = 1\sec$

Αρα ο ζητούμενος αριθμος των ταλαντώσεων θα είναι : $N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{3}{1} = 3$ ταλαντώσεις

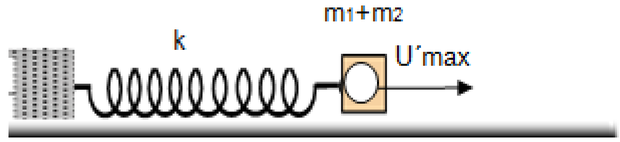
Σωστή απάντηση είναι το .iii)

B2.

Πριν την κρούση



Μετά την κρούση η ΘΙ παραμένει η ΙΔΙΑ



Φ.Μ-Θ.Ι μ=0

Πριν την κρούση για την γωνιακή συχνότητα ισχύει : $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m_1}}$

Ενώ μετά την κρούση η γωνιακή συχνότητα γίνεται :

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} = \sqrt{\frac{k}{m_1+3m_1}} = \sqrt{\frac{k}{4m_1}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m_1}} \qquad \text{Αρα}: \omega' = \frac{\omega}{2}$$

Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής στον άξονα xx΄:

$$\overrightarrow{p_{\alpha\rho\chi}}_{\chi} = \overrightarrow{p_{\tau\varepsilon\lambda}}_{\chi}$$

$$m_1 \cdot u_{max} = (m_1 + m_2) u_{max}'$$

$$m_1 \cdot u_{max} = 4m_1 \cdot u_{max}'$$

$$\omega \cdot A = 4 \cdot \omega' \cdot A'$$

$$\omega \cdot A = 4 \cdot \frac{\omega}{2} \cdot A'$$

$$A' = \frac{A}{2}$$

οπότε για τις μέγιστες επιταχύνσεις ισχύει :

$$\frac{\alpha_{max}}{\alpha_{max}'} = \frac{\omega^2 A}{\omega'^2 A'} = \frac{(2\omega')^2 2A'}{(\omega')^2 A'} = 8$$

Σωστή απάντηση είναι το iii.

B3.

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας ταλάντωσης για το σώμα Σ_1.

$$\mathrm{E_T} = \mathrm{K} + U$$

$$\frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}Kx_1^{\,2} + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^{\,2}$$

$$100 \cdot 0,5^2 = 100.0,3^2 + \upsilon_1^2$$

$$\upsilon_1 = 4m/s$$

Η κρούση είναι μετωπική και ελαστική συνεπώς ισχύει:

$$\overrightarrow{\upsilon_1'} = \frac{2m_2}{m_1+m_2}\overrightarrow{\upsilon_2} + \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\overrightarrow{\upsilon_1}$$

$$\upsilon_1' = \frac{2\cdot 0,5\cdot(-2)}{1+0,5} + \frac{(1-0,5)\cdot 4}{1+0,5}$$

$$\upsilon_1' = 0$$

Συνεπώς η νέα ταλάντωση ξεκινά από ακραία θέση και το πλατος της νέας ταλάντωσης θα είναι :

Α΄=x_1=0,3m

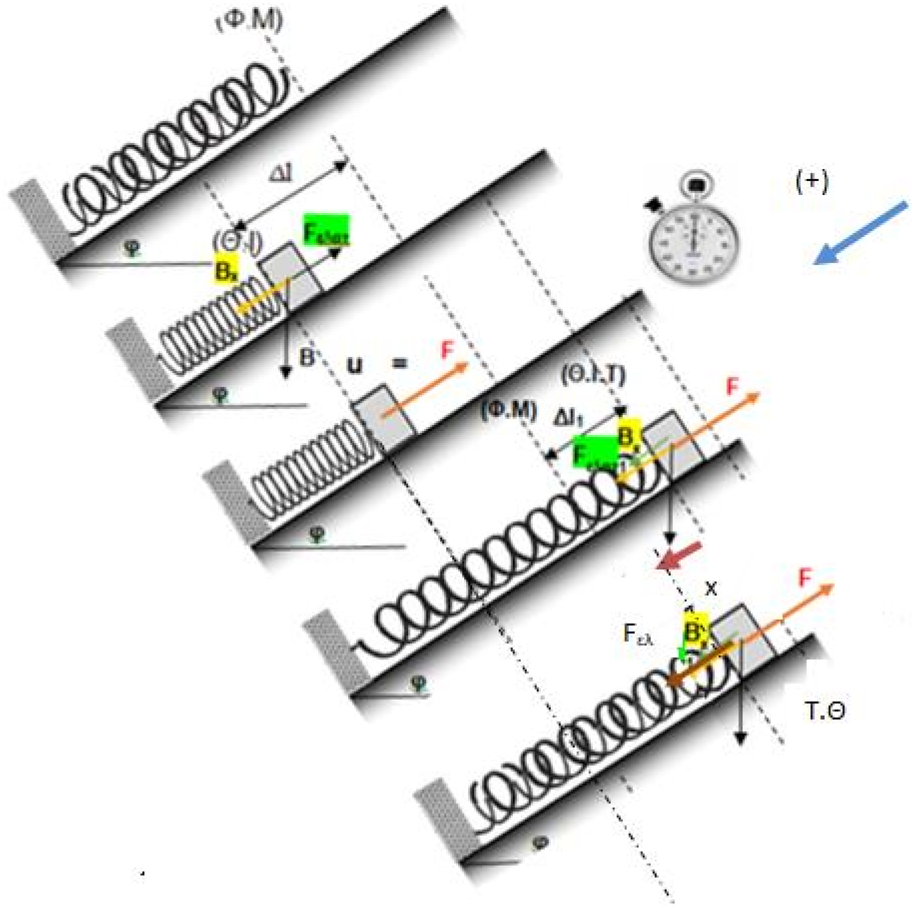
Η γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης πριν την κρούση αλλά και της ταλάντωσης μετά την κρούση

παραμένει ίδια αφού δίνεται από τη σχέση: $\omega = \omega' = \sqrt{\dfrac{\mathrm{K}}{m_1}} = 10r/s$

Συνεπώς: $\dfrac{\upsilon_{\max}'}{\upsilon_{\max}} = \dfrac{\omega'\cdot \mathrm{A}'}{\omega\cdot \mathrm{A}} = \dfrac{0.3}{0,5} = \dfrac{3}{5}$

Σωστή απάντηση το α

ΘΕΜΑ Γ



B_X =mgημφ = 4 10$\frac{1}{2}$→B_X = 20N. Επειδή F>B_X στην θέση ισορροπίας της ταλάντωσης πρέπει η $F_{ελατ}$ να είναι ομόρροπη με την B_x ώστε $ΣF_x = 0$ δηλαδή η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είναι πάνω από το φυσικό μήκος.

Στην αρχική θέση ισορροπίας $ΣF_x=0$ →$F_{ελατ}$ = B_x→kΔl = B_x→ $Δl = \frac{B_x}{k} = \frac{20}{200}$→Δl = 0,1m.

Στην θέση ισορροπίας ταλάντωσης : $ΣF_x = 0$ →$F–F_{ελατ\,1} – B_x = 0$ →$F = B_x + kΔl_1$ (1)→ $Δl_1$=0,1m
Επίσης η απόσταση ΘΙ – Θ.Ι ταλάντωσης είναι ίση με το πλάτος Α αφού η αρχική θέση αποτελεί ακραία θέση καθώς ξεκίνησε από εκεί με u=0 έτσι $A= Δl + Δl_1 = 0{,}2m$.

Γ1. Στην τυχαία θέση : $ΣF_x = B_x+F_{ελατ\,2}-F$ → $ΣF_x = B_x+k(Δl_1 - x)-F$ →$ΣF_x= B_x+kΔl_1 –kx-F \overset{(1)}{\Rightarrow}$

$ΣF_x$ = - kx δηλαδή η ΣF είναι ανάλογη και αντίθετη της απομάκρυνσης , άρα το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με D=k= 200N/m

Γ2. Εύρεση της φ_0: $x = A\eta\mu(\omega t+\varphi_0) \xrightarrow{t=0 \text{ και } x=A} -A = A\eta\mu\varphi_0 \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 \rightarrow \varphi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{k=0} \varphi_0 = \frac{\pi}{2} r.$

$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{200}{4}} = \sqrt{50} \rightarrow \omega = 5\sqrt{2}$ rad/s και έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσης θα έχει την μορφή

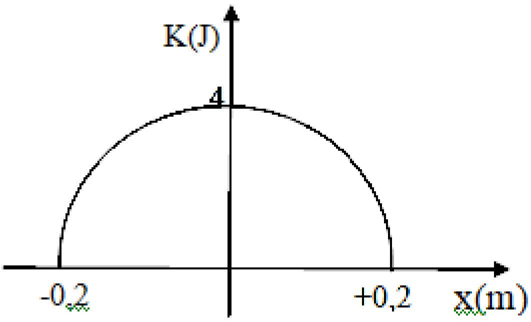
$$x = 0{,}2 \;\eta\mu\left(5\sqrt{2}\, t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{(S.I)}$$

Γ3. Από αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης έχω :

$K + U = E \rightarrow \frac{U}{3} + U = E \rightarrow \frac{4}{3}U = E$

$\frac{4}{3}\frac{1}{2}D x^2 = \frac{1}{2}DA^2 \rightarrow \quad x^2 = \frac{3}{4}A^2 \rightarrow \quad x = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow \quad x = \pm\, 0{,}1\sqrt{3}$ m.

Συνεπως για πρώτη φορά U_τ **= 3K** στην θέση $x = +0{,}1\sqrt{3}$ m.



Γ4. Από Α.Δ.Ε.Τ έχω : $U + K = E \rightarrow K = E - U \rightarrow K = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2$

$K(x) = 4 - 100x^2$

Γ5. Η δύναμη καταργείται στην θέση ισορροπίας οπότε το σώμα έχει μεγίστη ταχύτητα ίση με $u_{max} = \omega \cdot A$

Η νέα θέση ισορροπίας του συστήματος όπως φαίνεται και στο προηγούμενο σχήμα θα απέχει $\Delta l_1 + \Delta l_2 = A$

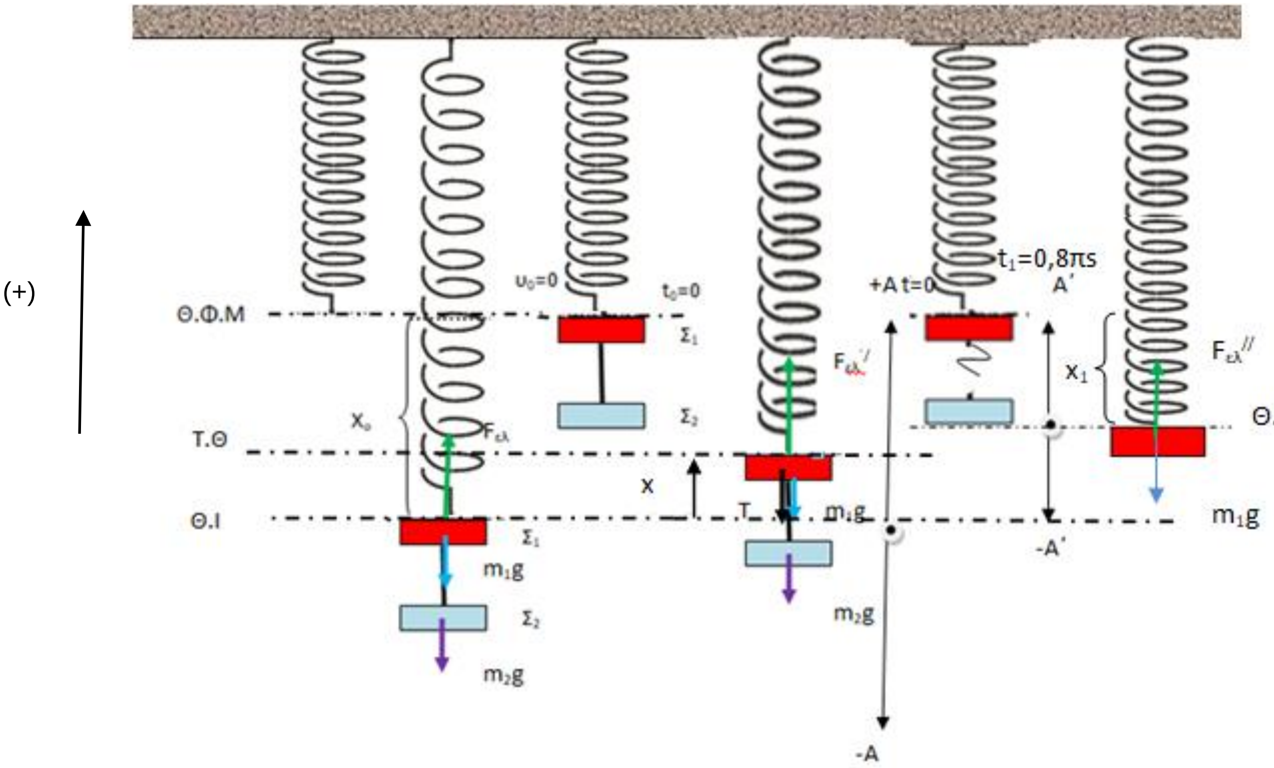
από την θέση ισορροπίας πριν την κατάργηση της δύναμης

Από αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης έχω :

$$E\tau = K + U\tau$$
$$\frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}m(\omega A)^2 + \frac{1}{2}DA^2$$
$$\frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}DA^2 + \frac{1}{2}DA^2$$

$$A'^2 = A^2 + A^2$$
$$A' = \sqrt{2}A$$
$$A' = 0{,}2\sqrt{2}\,\text{m}$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Στην Θ.Ι του συστήματος των δυο σωμάτων: $\overrightarrow{\Sigma F}=0 \;\; ή \;\; \mathrm{K}\cdot x_o=(m_1+m_2)g \;\; (1)$
Στην τυχαία θέση του συστήματος των δυο σωμάτων Τ.Θ.

$$\Sigma F=F_{\varepsilon\lambda}{}'-(m_1+m_2)g=K(x_0-x)-(m_1+m_2)g=Kx_0-Kx-(m_1+m_2)g=-Kx$$

Αρα το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με D=K

Είναι $\mathrm{T}=2\cdot\pi\sqrt{\dfrac{m}{D}}=2\cdot\pi\sqrt{\dfrac{m_1+m_2}{K}}=2\cdot\pi\sqrt{\dfrac{2+2}{100}}=2\cdot\pi\sqrt{\dfrac{4}{100}}=2\cdot\pi\sqrt{\dfrac{1}{25}}=\dfrac{2\cdot\pi}{5}=0,4\cdot\pi \text{ sec}$

Δ2.Η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο είναι της μορφής
$\upsilon=\upsilon_{\max}\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_o) \;\; (2)$

Οπου $υ_{max}$=ωΑ και $\omega=\dfrac{2\pi}{\mathrm{T}}=\dfrac{2\pi}{0,4\pi}=5r/s$

- Από την εξίσωση (1) προκύπτει: $100x_0=40 \;\; ή \;\; x_0=0,4m$

Όμως την t=0 το σύστημα **αφήνεται** ελεύθερο να κινηθεί (συνεπως $υ_0$=0) Αρα η ταλάντωση του συστήματος ξεκινά από ακραία θέση.

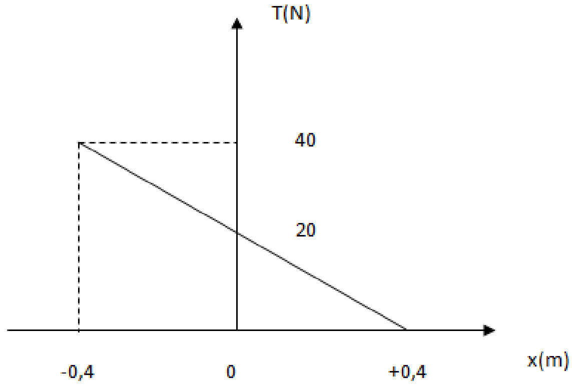
Συνεπώς $\mathrm{A}=x_0=0,4m$ **και** $υ_{max}$=ωΑ =5·0,4=2m/s

- Ττην χρονική στιγμή t=0 το σύστημα βρίσκεται στην θέση x=+A .Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι της μορφής x=Aημ (ωt+ $φ_o$) (2) για t=0 είναι x=+A έχουμε:

A=A ημ$φ_o \Rightarrow φ_o$ = $\dfrac{\pi}{2}r$ Οπότε η σχέση (2) γίνεται **υ=2συν(5t+ $\dfrac{\pi}{2}$) (SI)**

Δ3. Για όσο χρόνο το νήμα παραμένει τεντωμένο το σύστημα των δυο σωμάτων εκτελεί α.α.τ. με γωνιακή συχνότητα ω=5r/s Το σώμα m_2 δέχεται την τάση του νήματος T και το βάρος του m_2g και εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $D_2 = m_2\omega^2$

Συνεπώς στο σώμα Σ_2 σε μια τυχαία θέση θα ισχύει:



$$\Sigma F = -D_2 \cdot x \;\; ή \;\; T - m_2 g = -m_2\omega^2 \cdot x \quad ή$$

$$T = m_2 g - m_2\omega^2 \cdot x \quad ή$$

T = 20 - 50•x(SI) $\quad -A \le x \le A = 0,4m$

Δ4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dP}{dt} = \Sigma F = -Dx = -m_1\omega^2 x = -2\cdot 5^2 \cdot 0,4 = -20N$$

Δ5.

<u>Πρώτη ταλάντωση</u>:

Το σώμα m_1 θα έχει μεγιστη κινητική ενέργεια ::

$$K_{max(1)} = \frac{1}{2}m_1\upsilon^2{}_{max} = \frac{1}{2}m_1\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}2\cdot 5^2\cdot 0,4^2 \;\; ή \;\; K_{max(1)} = 4J$$

Την t_1=0,8π s από την **x=0,4ημ (5t+ $\frac{\pi}{2}$)** με αντικατάσταση θα έχουμε:

x=0,4ημ (5· 0,8π + $\frac{\pi}{2}$) ή x=0,4ημ (4π + $\frac{\pi}{2}$) ή x=A=0,4m.

Η θέση αυτή αποτελεί ακραία θέση για την νέα ταλάντωση

Στην νέα θέση ταλάντωσης (ΘΙ¨)

$$\vec{\Sigma F} = 0 \;\; ή \;\; F_{ελ}{}^{//} = m_1 g \;\; ή \;\; K\cdot x_1 = m_1 g \;\; ή \;\; 100\cdot x_1 = 20 \;\; ή \;\; x_1 = 0,2m$$

$$και \;\; x_1 = A' = 0,2m$$

<u>Για την νέα ταλάντωση:</u> $\omega' = \sqrt{\frac{K}{m_1}} = 5\sqrt{2}\; r/s$

$$K_{max(1)}{}' = \frac{1}{2}m_1\upsilon_{max}{}'^2 = \frac{1}{2}m_1\omega'^2 A'^2 \quad ή \quad K_{max(1)}{}' = 2J$$

$$\frac{K_{max(1)}}{K_{max(1)}{}'} = \frac{4}{2} = 2$$