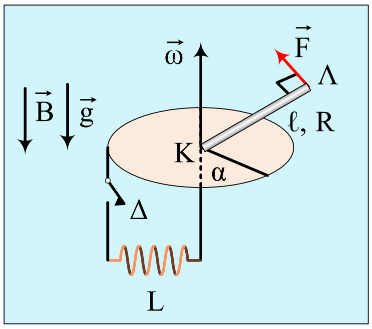
Ρυθμοί μεταβολής σε διάταξη με περιστρεφόμενη ράβδο.



Στην διάταξη του σχήματος η ομογενής και ισοπαχής ράβδος (ΚΛ) έχει μήκος $\ell = 1$ m, μάζα m = 0,5 kg, αντίσταση R = 10 Ω και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω = 160 rad/s σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της Κ χωρίς τριβές. Η ράβδος βρίσκεται σε επαφή με λείο οριζόντιο δακτύλιο κέντρου Κ, ακτίνας α = 0,5 m και αμελητέας αντίστασης. Το πηνίο είναι ιδανικό με συντελεστή αυτεπαγωγής L = 1 H και έχει το ένα άκρο του συνδεδεμένο με το κέντρο Κ του δακτυλίου και το άλλο του άκρο σε σημείο της περιφέρειας. Ο διακόπτης Δ αρχικά είναι ανοιχτός. Την $t_0 = 0$ κλείνουμε τον διακόπτη Δ και ταυτόχρονα ασκούμε κατάλληλη δύναμη οριζόντιας διεύθυνσης κάθετη στο άκρο Λ της ράβδου ώστε η ράβδος να συνεχίσει να κινείται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω = 160 rad/s. Η ένταση του Ο.Μ.Π. είναι κατακόρυφη με B = 1 T.

α. Να βρεθεί η μέγιστη ένταση του ρεύματος (I_{max}) που διαρρέει το πηνίο.

β. όταν $i = I_{max}/2$ να βρεθούν:

i. η ισχύς της δύναμης Laplace (P_{FL})

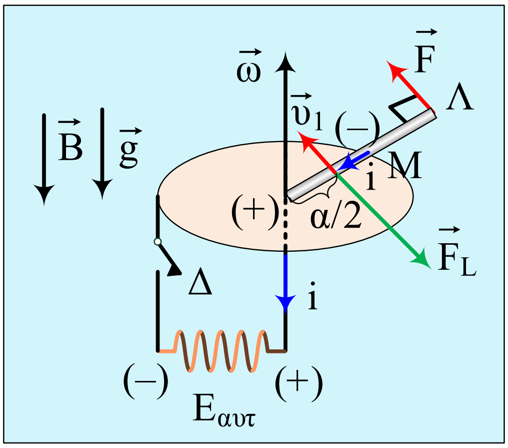
ii. ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

iii. ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας λόγου φαινομένου Joule (dQ/dt)

iv. ο ρυθμός παραγωγής έργου από τη δύναμη F (dW_F/dt).

γ. Να βρεθεί η εφαπτομενική και ακτινική δύναμη που ασκείται από τον άξονα στην ράβδο όταν i = 2 A.

Λύση



α. $E_{επ(KM)} = \frac{1}{2}B\omega\alpha^2 \Rightarrow E_{επ(KM)} = \frac{1}{2}1\cdot 160\cdot 0,5^2 \Rightarrow E_{επ(KM)} = 20 \Rightarrow$

$\mathbf{E_{επ(KM)} = 20\ V}$.

$2^{ος}$ κανόνας του Kirchhoff: $E_{επ(KM)} - iR_{KM} - L\frac{di}{dt} = 0$ (1)

$i = I_{max}$ όταν $di/dt = 0$ δηλαδή $I_{max} = \frac{E_{επ(KM)}}{R_{KM}}$ (2)

Ισχύει: $R^* = \frac{R}{\ell} \Rightarrow R^* = 10$ Ω/m. Άρα $R_{KM} = R^*\cdot\alpha \Rightarrow R_{KM} = 5$ Ω.

$(2) \Rightarrow I_{max} = \frac{20}{5}A \Rightarrow \mathbf{I_{max} = 4\ A}$.

β. Όταν $i = \frac{I_{max}}{2} \Rightarrow \mathbf{i = 2\ A}$.

i. $P_{F_L} = -F_L\upsilon_1 = -Bi\alpha\cdot\omega\frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{2}B\omega\alpha^2\cdot i = -E_{επ(KM)}\cdot i \Rightarrow P_{F_L} = -E_{επ(KM)}\cdot i \overset{i=2A}{\Rightarrow} P_{F_L} = -20\cdot 2 \Rightarrow \mathbf{P_{F_L} = -40\ W}$

ii. $\dfrac{dU_L}{dt}=\dfrac{d(\frac{1}{2}Li^2)}{dt}=Li\dfrac{di}{dt}=V_L i$

Από την (1) για i = 2 A, έχουμε: $20-2\cdot 5-\dfrac{di}{dt}=0 \Rightarrow \mathbf{\dfrac{di}{dt}=10\dfrac{A}{s}}$

και $\dfrac{dU_L}{dt}=Li\dfrac{di}{dt}=1\cdot 2\cdot 10\,W \Rightarrow \mathbf{\dfrac{dU_L}{dt}=20\,W}$

iii. $\dfrac{dQ_{(R_{KM})}}{dt}=i^2R_{KM}=2^2\cdot 5\,W \Rightarrow \mathbf{\dfrac{dQ_{(R_{KM})}}{dt}=20\,W}$

iv. Από Α.Δ.Ε. προκύπτει: $P_F=P_{\theta\varepsilon\rho\mu}+\dfrac{dU_L}{dt} \Rightarrow$ **P_F = 40 W**.

γ. Η δύναμη Laplace είναι $F_L = Bi\alpha \Rightarrow$ **F_L = 1 N**

Το κέντρο μάζας κινείται με σταθερού μέτρου ταχύτητα, άρα:

$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow F\ell - F_L\cdot\ell/4 = 0 \Rightarrow$ **F = 0,25 N**.

Για τις δυνάμεις από τον άξονα έχουμε:

Εφαπτομενική συνιστώσα: $\Sigma\vec{F}_x=\vec{0} \Rightarrow F+F_x-F_L=0 \Rightarrow$ **F_x = 0,75 N**.

Ακτινική συνιστώσα: $\Sigma\vec{F}_y=\vec{F}_\kappa \Rightarrow F_y=m\dfrac{\upsilon_{cm}^2}{\alpha}=m\dfrac{\omega^2\alpha^2}{\alpha}=m\omega^2\alpha \Rightarrow$ **F_y = 6400 N**.