

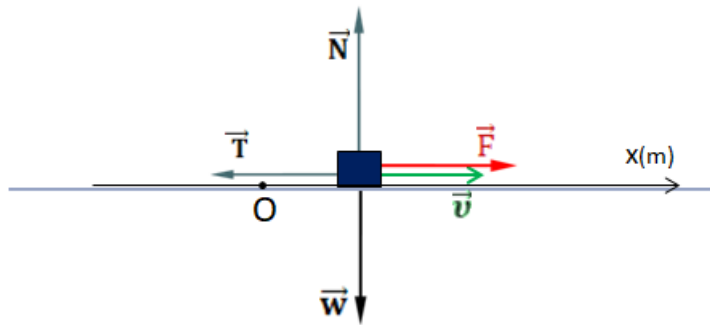
ΦΥΣΙΚΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΣΚΗΣΗ

ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΟΡΜΗΣ:

ΜΕΣΟΣ ΚΑΙ ΣΤΙΓΜΙΑΙΟΣ

Σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ κινείται σε οριζόντιο δάπεδο. Η τριβή ολίσθησης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα έχει μέτρο $T=4\text{N}$. Τη στιγμή $t_0=0$ που βρίσκεται στη θέση $x_0=0$ και η ταχύτητά του $\vec{v}_0$ έχει μέτρο $v_0=4\text{m/s}$ ασκείται σε αυτό δύναμη $\vec{F}$ της ίδιας κατεύθυνσης με τη ταχύτητα $\vec{v}_0$ που η αλγεβρική τιμή της δίνεται από την εξίσωση $F=2 + at$ (SI).



Αν τη στιγμή $t=6\text{s}$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=42\text{m}$ και η ταχύτητά του είναι $v=16\text{m/s}$ να υπολογίσετε για το χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 6\text{s}$:

A₁. Τη μέση τιμή $\bar{F}$ της $\vec{F}$.

A₂. Το έργο της $\vec{F}$.

Τη στιγμή $t=6\text{s}$ να υπολογίσετε τους ρυθμούς μεταβολής:

B₁. Της ορμής.

B₂. Της κινητικής ενέργειας.

Γ. Να υπολογίσετε την ελάχιστη ταχύτητα του σώματος.

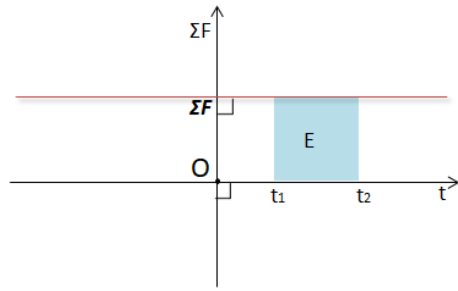
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\mathbf{A_1.} \Sigma \bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_T - p_A}{\Delta t} = \frac{mv - mv_0}{\Delta t} = \frac{m(v - v_0)}{\Delta t} \text{ ή } \Sigma \bar{F} = \frac{2\text{Kg}(\frac{16\text{m}}{\text{s}} - \frac{4\text{m}}{\text{s}})}{4\text{s}} \text{ ή } \Sigma \bar{F} = 6\text{N} \text{ Όμως } \Sigma \bar{F} = \bar{F} - T \text{ ή } \bar{F} = \mathbf{10\text{N}}$$

$$\mathbf{A_2.} \text{ ΘΜΚΕ για } 0 \leq t \leq 6\text{s} : K_T - K_A = W_F + W_T \text{ ή } \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_F - T\Delta x \text{ ή}$$

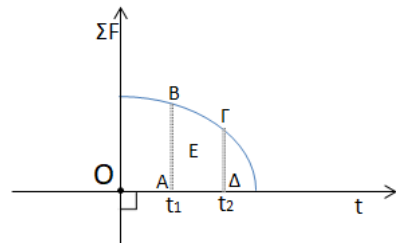
$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_F - T(x - x_0) \xrightarrow{(x_0=0)} \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_F - Tx \text{ ή } 256\text{J} - 16\text{J} = W_F - 4\text{N} \cdot 42\text{m} \text{ ή } \mathbf{W_F = 408\text{J.}}$$

B₁. Από διάγραμμα $\Sigma F - t$ μπορούμε να υπολογίσουμε μεταβολή της ορμής μέσω εμβαδού. Αν $\Sigma F = \text{σταθερό}$ τότε έχουμε τη γραφική παράσταση του σχήματος:

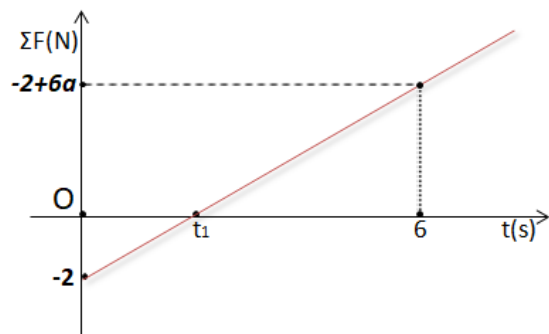


Στο σχήμα αυτό είναι $E = \Sigma F(t_2 - t_1) = \Sigma F \Delta t$. Όμως από $\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ή $\Delta p = \Sigma F \Delta t$ οπότε $E = \Delta p$.

Γενικότερα αποδεικνύεται ότι σε κάθε ευθύγραμμη κίνηση μπορούμε να υπολογίζουμε μεταβολή ορμής Δp από το εμβαδό κατάλληλης περιοχής του διαγράμματος $\Sigma F - t$. Στο παρακάτω σχήμα και για τη χρονική διάρκεια $\Delta t = t_2 - t_1$ ισχύει $\Delta p = E_{AB\Gamma\Delta}$.



Στη περίπτωση μας είναι $\Sigma F = F - T$ ή $\Sigma F = 2 + \alpha t - 4$ ή $\Sigma F = -2 + \alpha t$ (SI) (α). Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της (α).



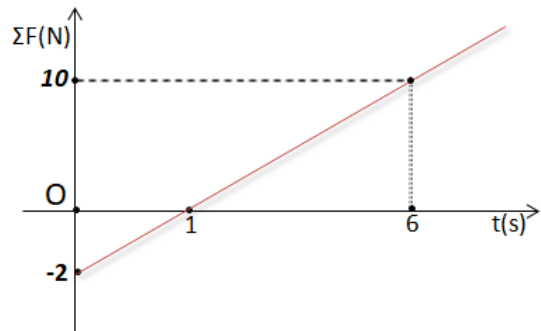
$$\text{Για } 0 \leq t \leq 4\text{s} \text{ είναι: } \Delta p = \frac{-2t_1}{2} + \frac{(-2+6a)(6-t_1)}{2} = -t_1 + (-1+3\alpha) \cdot (6-t_1) =$$

$$= -t_1 - 6 + t_1 + 18\alpha - 3\alpha t_1 \text{ ή } \Delta p = -6 + 18\alpha - 3\alpha t_1 (\beta)$$

Όμως για $t = t_1$ είναι $\Sigma F = 0$ οπότε $-2 + \alpha t_1 = 0$ ή $\alpha t_1 = 2 (\gamma)$. Από (β) και (γ) $\rightarrow$

$\Delta p = -6 + 18\alpha - 6$ ή $\Delta p = 18\alpha - 12$. Όμως από Α1 ερώτημα βρήκαμε για το ίδιο χρονικό διάστημα: $\Delta p = 24 \text{ Kg m/s} \rightarrow 18\alpha - 12 = 24$ ή $\alpha = 2 \text{ N/s}$. Από (γ) $\rightarrow t_1 = 1\text{s}$

Δηλαδή $\Sigma F = -2 + 2t$ (SI) και έτσι έχουμε το παρακάτω διάγραμμα $\Sigma F - t$:



Οπότε για $t=4s$: $\frac{dp}{dt} = \Sigma F$ ή $\frac{dp}{dt} = -2 + 2 \cdot 6$ ή $\frac{dp}{dt} = 10 \text{ Kg m/s}^2$.

$$B_2 . \quad \frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = 6N \cdot 16m/s \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt} = 96 \text{ J/s}.$$

Γ. Όπως προκύπτει από το τελευταίο διάγραμμα $\Sigma F - t$ από $0-1s$ η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη ($v \searrow$) καθώς $\Sigma \vec{F} \uparrow \downarrow \vec{v} \rightarrow \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$, ενώ για $t > 1s$ η κίνηση είναι επιταχυνόμενη ($v \nearrow$) καθώς $\Sigma \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{v} \rightarrow \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$. Οπότε θα είναι $v = v_{\min}$ για $t = 1s$. Για $0 \leq t \leq 1s$ είναι:

$$\Delta p = \frac{-2N1s}{2} = -1 \text{ Kg m/s (από τελευταίο σχήμα)}.$$

Όμως στο ίδιο χρονικό διάστημα: $\Delta p = mv_{\min} - mv_0 \rightarrow$

$$-1 \text{ Kg m/s} = 2 \text{ Kg } v_{\min} - 8 \text{ Kg m/s} \quad \text{ή} \quad v_{\min} = 3,5 \text{ m/s}.$$