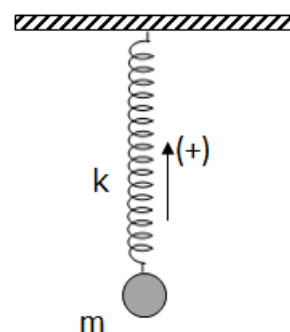


ΤΟ ΘΕΜΑ

Σώμα μάζας m είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οροφή. Το σώμα εκτρέπεται κατακόρυφα από τη θέση ισορροπίας και στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερο οπότε εκτελεί αατ με σταθερά επαναφοράς $D=k$.



Σχήμα 1

Οι δυνάμεις: επαναφοράς $F_{\text{επ}} = \Sigma F$, ελατηρίου $F_{\text{ελ}}$ και βάρος w προέρχονται αντίστοιχα από δυναμικές ενέργειες U_T , $U_{\text{ελ}}$ και U_β . Η σχέση μεταξύ των δυναμικών ενεργειών U_T , $U_{\text{ελ}}$ και U_β είναι:

$$\alpha) U_T = U_{\text{ελ}} + U_\beta \quad \beta) U_T = U_{\text{ελ}} + U_\beta - \frac{m^2 g^2}{2k}$$

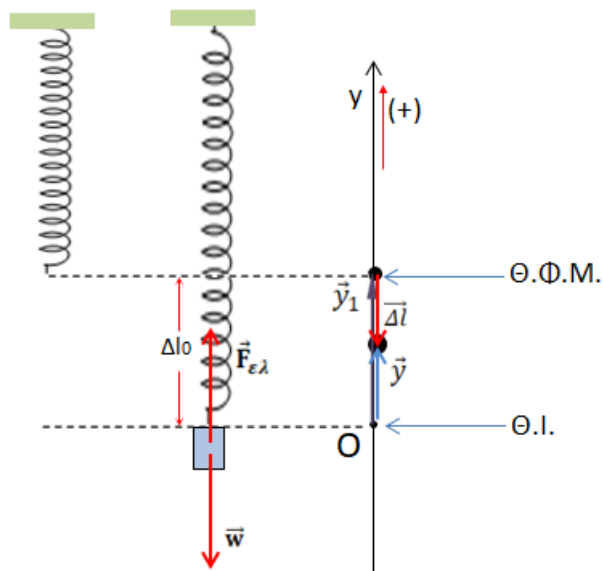
γ) $U_T = U_{\text{ελ}} + U_{\beta \text{ αρ}} + mgy_0 - \frac{m^2 g^2}{2k}$ όπου y_0 η θέση μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση και δικαιολογήστε.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

ΜΙΑ ΕΚΔΟΧΗ:

Στη θέση ισορροπίας είναι $k\Delta l_0 = mg$ ή $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$. Αν y η απομάκρυνση της αατ τότε η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου είναι $y_1 = +\Delta l_0$ ή $y_1 = +\frac{mg}{k}$ σύμφωνα με τη θετική φορά που έχει οριστεί προς τα πάνω (σχήμα 1).



Σχήμα 2

Είναι $\vec{y} = \vec{y}_1 + \vec{\Delta l}$ και για τις αλγεβρικές τιμές τους: $y = y_1 + \Delta l$ ή $\Delta l = y - y_1$ ή $\Delta l = y - \frac{mg}{k}$ (1). Είναι $W_{F_{\varepsilon\pi}}^{(y_0 \rightarrow y)} = W_w^{(y_0 \rightarrow y)} + W_{F_{\varepsilon\lambda}}^{(y_0 \rightarrow y)}$ (το έργο της συνισταμένης ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των συνιστωσών) ή επειδή οι δυνάμεις αυτές είναι συντηρητικές:

$U_T(y_0) - U_T(y) = U_\beta(y_0) - U_\beta(y) + U_{\varepsilon\lambda}(y_0) - U_{\varepsilon\lambda}(y)$. Αν η θέση y_0 οριστεί ως θέση μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας και δεχθούμε ότι αυτό γίνεται μόνο για την U_β ενώ για την U_T είναι $U_T = 0$ στη θέση ισορροπίας και $U_{\varepsilon\lambda} = 0$ στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου τότε έχουμε: $\frac{1}{2}ky_0^2 - U_T(y) = 0 - U_\beta(y) + \frac{1}{2}k\Delta l^2 - U_{\varepsilon\lambda}(y)$ ή

$$\frac{1}{2}ky_1^2 - U_T(y) = 0 - U_\beta(y) + \frac{1}{2}k\left(y_0 - \frac{mg}{k}\right)^2 - U_{\varepsilon\lambda}(y) \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}ky_0^2 - U_T(y) = 0 - U_\beta(y) + \frac{1}{2}ky_0^2 - mgy_0 + \frac{m^2g^2}{2k} - U_{\varepsilon\lambda}(y). \quad \text{ή}$$

$$-U_T(y) = -U_\beta(y) - mgy_0 + \frac{m^2g^2}{2k} - U_{\varepsilon\lambda}(y) \quad \text{και τελικά:}$$

$U_T = U_{ελ} + U_{βαρ} + mgy_0 - \frac{m^2 g^2}{2k}$. Οπότε «σωστή» είναι η επιλογή (γ). Η επιλογή (β) θα ήταν «σωστή» με την προϋπόθεση της επιλογής ως θέσης με $U_β=0$ τη θέση ισορροπίας ($y_0=0$).

Η ΑΛΛΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

Η επιλογή σημείου μηδενικής δυναμικής ενέργειας εφαρμόζεται σε όλες τις μορφές δυναμικής ενέργειας όχι μόνο στη βαρυτική, οπότε:

Είναι $F_{επ} = \Sigma F = F_{ελ} + w$ και $W_{F_{επ}}^{(y_0 \rightarrow y)} = W_w^{(y_0 \rightarrow y)} + W_{F_{ελ}}^{(y_0 \rightarrow y)}$ (το έργο της συνισταμένης ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των συνιστωσών) ή επειδή οι δυνάμεις αυτές είναι συντηρητικές:

$U_T(y_0) - U_T(y) = U_β(y_0) - U_β(y) + U_{ελ}(y_0) - U_{ελ}(y)$. Αν η θέση y_0 οριστεί ως θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας τότε έχουμε: $U_T = U_{ελ} + U_β$.

Σωστό το α).

Υπάρχει και ο παρακάτω τρόπος άλλα είναι εκτός λυκειακής φυσικής.

Από $F_{επ} = F_{ελ} + w \rightarrow F_{επ} dy = F_{ελ} dy + w dy$ ή

$-\int_{y_0}^y F_{επ} dy = -\int_{y_0}^y F_{ελ} dy - \int_{y_0}^y w dy$ ή $U_T = U_{ελ} + U_β$. Εφαρμόσαμε τη γενική σχέση ορισμού της δυναμικής ενέργειας σε ευθύγραμμη κίνηση:
 $U(y) = -\int_{y_0}^y F(y) dy$.

Ή πιο αναλυτικά:

$$U_T = -\int_{y_0}^y F_{επ}(y) dy = k \int_{y_0}^y y dy \quad \text{ή} \quad U_T = \frac{1}{2} k (y^2 - y_0^2) \quad (\alpha)$$

$$U_β = -\int_{y_0}^y w(y) dy \quad \text{ή} \quad \text{ορίζοντας θετική φορά προς τα πάνω } (w = -mg) \rightarrow$$

$$U_β = mg(y - y_0) \quad (\beta)$$

$$\text{Από } F_{ελ} = -k\Delta l \text{ προκύπτει λόγω και της (1) } F_{ελ} = -k(y - \frac{mg}{k}) \quad \text{ή} \quad F_{ελ} = mg - ky$$

ή διαφορετικά:

$$\text{Από } F_{επ} = F_{ελ} + w \rightarrow -ky = F_{ελ} - mg \quad \text{ή} \quad F_{ελ} = mg - ky \quad \text{οπότε :}$$

$$U_{ελ} = - \int_{y_0}^y F_{ελ}(y) dy = - \int_{y_0}^y (mg - ky) dy \quad \text{ή}$$

$$U_{ελ} = \frac{1}{2} k (y^2 - y_0^2) - mg (y - y_0) \quad (y)$$

Οι $(\alpha), (\beta), (y)$ οδηγούν στην $U_T = U_{ελ} + U_{β}$.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Η σχέση $U_T = U_{β} + U_{ελ}$ ισχύει με την προϋπόθεση ότι ορίζουμε την ίδια θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας για όλες τις μορφές της!!

Πιο αναλυτικά:

Η «άλλη απάντηση» βασίστηκε στην παραδοχή ότι η επιλογή σημείου μηδενικής δυναμικής ενέργειας εφαρμόζεται σε όλες τις μορφές δυναμικής ενέργειας όχι μόνο στη βαρυτική. Πράγματι από τη γενική σχέση ορισμού της δυναμικής ενέργειας σε ευθύγραμμη κίνηση: $U(y) = - \int_{y_0}^y F(y) dy$ προκύπτει: $U(y) = [g(y)] \overset{y}{y_0} = g(y) - g(y_0)$, δηλαδή για $y = y_0$ είναι $U(y_0) = 0$. **Μπορούμε λοιπόν να επιλέγουμε όποια τιμή y_0 επιθυμούμε επιλέγοντας ταυτόχρονα και το σημείο μηδενικής δυναμικής ενέργειας οποιασδήποτε μορφής.** Στα σχολικά βιβλία στη θεωρία και στις εφαρμογές της ο ορισμός του σημείου ή του επιπέδου μηδενικής δυναμικής ενέργειας γίνεται μόνο για τη βαρυτική και όχι για τις άλλες μορφές της. Αυτό όμως ενδέχεται να οδηγήσει σε **παρανοήσεις και λανθασμένα συμπεράσματα** και αυτό επιχειρείται να αναδειχθεί εδώ.

2. Αν στην αατ επιλέξουμε ως θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας μια ακραία θέση ($y = \pm A$) τότε η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης θα δίνεται από τη σχέση: $U_T = \frac{1}{2} k (y^2 - A^2)$. Οπότε, επειδή σε αυτή τη θέση είναι και $K = 0$, θα είναι: $E_T = K + U_T = 0 = \text{σταθερό!}$ Αυτό όμως **δεν είναι παράδοξο** καθώς οι τιμές της E_T εξαρτώνται από την επιλογή του σημείου μηδενικής δυναμικής ενέργειας. **Η αυθαιρεσία στην επιλογή της σταθεράς y_0 οδηγεί σε αντίστοιχη αυθαιρεσία στην τιμή της σταθεράς E_T .**

3. Υπάρχει διαφοροποίηση στις έννοιες δυναμική ενέργεια υλικού σημείου, συστήματος υλικών σημείων ή σωμάτων όπως τα ελατήρια . Για παράδειγμα είναι εν γένει διαφορετικό πράγμα η δυναμική ενέργεια $U_{ελ} = \frac{1}{2} k \Delta l^2$ παραμορφωμένου ιδανικού ελατηρίου και άλλο πράγμα η δυναμική ενέργεια $U_{ελ}$ από την οποία προέρχεται η $F_{ελ}$ καθώς η δεύτερη εξαρτάται και από την επιλογή σημείου μηδενικής δυναμικής ενέργειας.