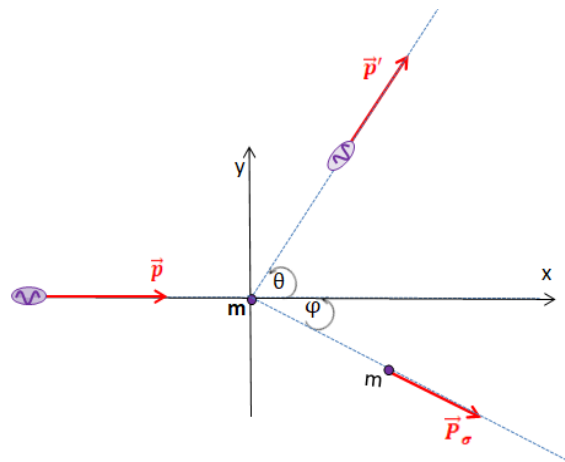


ΤΟ ΘΕΜΑ

Φωτόνιο ενέργειας $\varepsilon = 2\text{GeV}$ σκεδάζεται από ακίνητο σωματίο μάζας $m = 1\text{GeV}/c^2$, όπου c η ταχύτητα του φωτός. Αν η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου είναι $\varepsilon' = 1\text{GeV}$ υπολογίστε:

- α. Τη κινητική ενέργεια του σωματίου μετά τη σκέδαση (6 μονάδες).
- β. Τη γωνία θ που σχηματίζει η διεύθυνση του σκεδαζόμενου φωτονίου ως προς την αρχική διεύθυνση του φωτονίου (7 μονάδες).
- γ. Το μέτρο της τελικής ορμής του σωματίου σε GeV/c (6 μονάδες).
- δ. Τη γωνία φ που σχηματίζει η τελική ορμή $\vec{P}_\sigma$ του σωματίου με την αρχική ορμή $\vec{p}$ του φωτονίου (6 μονάδες).



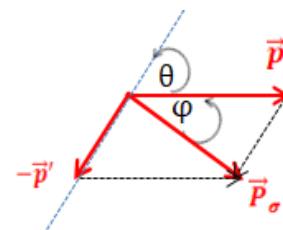
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α. Από $A\Delta E \rightarrow \varepsilon = \varepsilon' + K_\sigma$ ή $K_\sigma = 1\text{GeV}$.

β. Από $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \sin \theta) \rightarrow \frac{hc}{\varepsilon'} - \frac{hc}{\varepsilon} = \frac{h}{mc}(1 - \sin \theta)$.

ή $\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{mc^2}(1 - \sin \theta)$ με αντικατάσταση: $\frac{1}{1\text{GeV}} - \frac{1}{2\text{GeV}} = \frac{1}{\frac{1\text{GeV}}{c^2}}(1 - \sin \theta)$ ή $1 - 1/2 = 1 - \sin \theta$ ή $\sin \theta = 1/2$ ή $\theta = 60^\circ$.

γ. Από $A\Delta O \rightarrow \vec{p} = \vec{p}' + \vec{P}_\sigma$ ή $\vec{P}_\sigma = \vec{p} + (-\vec{p}')$ (α). Η (α) οδηγεί στο παρακάτω σχήμα (κανόνας παραλληλογράμμου).



$$\text{Οπότε: } P_{\sigma}^2 = p^2 + p'^2 + 2pp' \cos(\pi - \theta) \quad \text{ή} \quad P_{\sigma}^2 = \left(\frac{\varepsilon}{c}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon'}{c}\right)^2 + 2 \frac{\varepsilon \varepsilon'}{c^2} \left(-\frac{1}{2}\right) \quad \text{ή} \\ P_{\sigma}^2 = \frac{4\text{GeV}^2}{c^2} + \frac{1\text{GeV}^2}{c^2} - \frac{2\text{GeV}^2}{c^2} \quad \text{ή} \quad P_{\sigma}^2 = \frac{3\text{GeV}^2}{c^2} \quad \text{ή} \quad P_{\sigma} = \sqrt{3} \frac{\text{GeV}}{c}.$$

$$\delta. \vec{p}_{\text{ολ},y}^{(\text{πριν})} = \vec{p}_{\text{ολ},y}^{(\text{μετ},\alpha)} \quad \text{ή} \quad 0 = p' \eta \mu \theta - P_{\sigma} \eta \mu \varphi \quad \text{ή} \quad \varepsilon'/c \eta \mu \theta = P_{\sigma} \eta \mu \varphi \quad \text{ή} \quad 1 \frac{\text{GeV}}{c} \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \frac{\text{GeV}}{c} \eta \mu \varphi \\ \text{ή} \quad \eta \mu \varphi = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \varphi = 30^\circ.$$

$$\text{Ή από σχήμα: } \varepsilon \varphi \varphi = \frac{p' \eta \mu(\pi - \theta)}{p + p' \cos(\pi - \theta)} \quad \text{ή} \quad \varepsilon \varphi \varphi = \frac{\frac{\varepsilon'}{c} \eta \mu(120^\circ)}{\frac{\varepsilon}{c} + \frac{\varepsilon'}{c} \cos(120^\circ)} \quad \text{ή} \quad \varepsilon \varphi \varphi = \frac{\varepsilon' \eta \mu 120^\circ}{\varepsilon + \varepsilon' \cos 120^\circ} \quad \text{ή} \quad \varepsilon \varphi \varphi = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} \\ \text{ή} \quad \varepsilon \varphi \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{ή} \quad \varphi = 30^\circ$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

1. Αν για τον υπολογισμό της τελικής ορμής του σωματίου εφαρμόζαμε τη σχέση $P_{\sigma}^2 = 2 m K_{\sigma}$ που προκύπτει από το συνδυασμό των σχέσεων $K = \frac{1}{2} m v^2$ (β) και $p = m v$ (γ) θα παίρναμε $P_{\sigma} = \sqrt{2} \frac{\text{GeV}}{c}$ που αποκλίνει σημαντικά - κατά 20% περίπου - από τη τιμή $P_{\sigma} = \sqrt{3} \frac{\text{GeV}}{c}$. Αυτό οφείλεται στο ότι η ταχύτητα του σωματίου είναι συγκρίσιμη με την ταχύτητα του φωτός οπότε η εφαρμογή της Νευτώνειας φυσικής-σχέσεις (β) και (γ)- οδηγεί σε λανθασμένα συμπεράσματα. Οι σχετικιστικές εξισώσεις για την ορμή και τη κινητική ενέργεια είναι: $\vec{p} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (δ) και $K = m c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$ (ε) αντίστοιχα. Πράγματι

$$\text{από (ε) για } K = 1\text{GeV} \text{ παίρνουμε: } \frac{K}{m c^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \xrightarrow{\text{αντικ.}} 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{ή} \quad \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2}$$

ή $v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$. Είναι περίπου το 85% της ταχύτητας του φωτός. Αν

αντικαταστήσουμε την τιμή $v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$ στη (δ) παίρνουμε:

$$p = \frac{1 \frac{\text{GeV} \sqrt{3}}{c^2} c}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \frac{c^2}{c^2}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\text{GeV}}{c}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \frac{\text{GeV}}{c}. \quad \text{Σε συμφωνία με την απάντηση στο ερώτημα (γ).}$$

2. Το σωματίο έχει μάζα παραπλήσια αυτής του πρωτονίου ($m_p = 938,3 \text{ MeV}/c^2$).
3. Τα αριθμητικά δεδομένα και οι μονάδες μέτρησης των μεγεθών απλουστεύουν τις πράξεις που απαιτούνται.