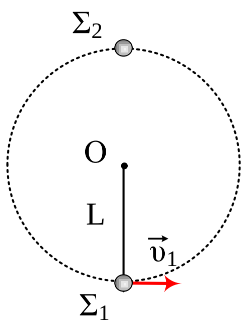
Κυκλική κίνηση και κρούση.

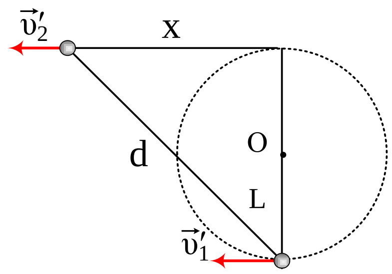
Σώμα $Σ_1$ μικρών διαστάσεων μάζας m_1 βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους L, που το άλλο άκρο του O είναι ακλόνητα στερεωμένο πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, ενώ είναι τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ θέτουμε το $Σ_1$ ακαριαία σε ομαλή κυκλική κίνηση και όταν φτάσει στην αντιδιαμετρική θέση του A για πρώτη φορά στο σημείο B, τη χρονική στιγμή t_1, συγκρούεται κεντρικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 4m_1$. Μετά την κρούση, που διαρκεί πολύ μικρό χρονικό διάστημα, το $Σ_1$ αλλάζει φορά κίνησης και επιστρέφει στο σημείο A για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή t_2, απέχοντας $d = L\sqrt{\pi^2+4}$ από το $Σ_2$. Ο λόγος t_2/t_1 είναι ίσος με:



α. 3 **β.** 4 **γ.** 5

Λύση

Το σώμα $Σ_1$ ξεκινά την κίνησή του από το σημείο A την στιγμή $t_0 = 0$ και επιστρέφει σε αυτό την στιγμή t_2.



Όταν το $Σ_1$ επιστρέψει στο σημείο A ισχύει:

$$d^2 = x^2 + (2L)^2 \Rightarrow L^2(\pi^2+4) = x^2 + 4L^2 \Rightarrow x^2 = \pi^2 L^2 \Rightarrow x = \pi L \Rightarrow υ'_2 \Delta t = \pi L$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\pi L}{υ'_2} \ (1)$$

Το $Σ_1$ μετά την κρούση του με το $Σ_2$ εκτελεί Ο.Κ.Κ. με ταχύτητα μέτρου $υ'_1$ για την οποία ισχύει: $υ'_1 = \frac{\pi L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi L}{υ'_1}$ (2).

Από τις (1) και (2) για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει: $υ'_1 = υ'_2$ (3).

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση τη στιγμή t_1 και έχουμε:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_1υ_1 = -m_1υ'_1 + m_2υ'_2 \overset{(3)}{\Rightarrow} m_1υ_1 = -m_1υ'_1 + 4m_1υ'_1 \Rightarrow υ_1 = 3υ'_1 \Rightarrow \frac{\pi L}{t_1} = 3\frac{\pi L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 3t_1 \Rightarrow$$

$$t_2 - t_1 = 3t_1 \Rightarrow \mathbf{\frac{t_2}{t_1} = 4}.$$