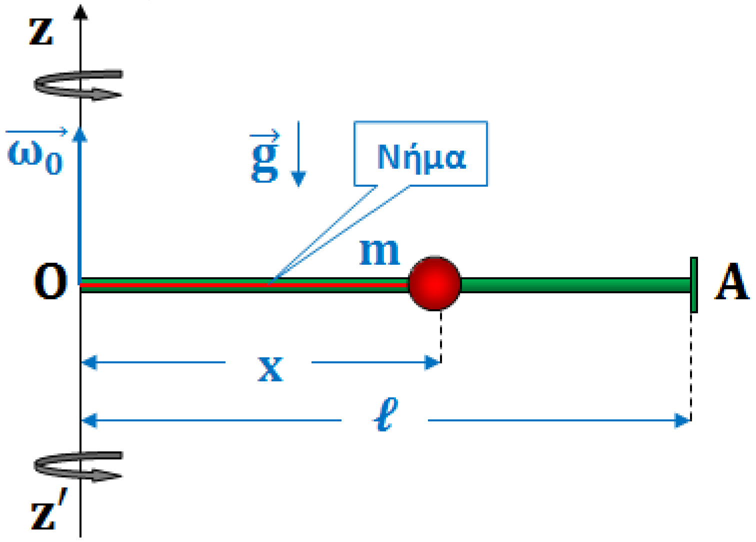
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Β

Μικρό σφαιρίδιο μάζας m έχει περαστεί σε μια λεπτή αβαρή οριζόντια ράβδο $ΟΑ$ η οποία μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο σταθερό άξονα $z'z$, που διέρχεται από το άκρο $Ο$. Η ράβδος είναι λεία, έχει μήκος ℓ και στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_0.



Το σφαιρίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση κέντρου $Ο$ χάρη στο τεντωμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους $x = \frac{3}{5}\ell$ που είναι δεμένο στο σφαιρίδιο και στον άξονα $z'z$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα οπότε το σφαιρίδιο φτάνει μετά χρόνο Δt στο άκρο $Α$ της ράβδου όπου συγκρούεται και τελικά σταθεροποιείται σε αυτό.

1)Ο χρόνος Δt είναι ίσος με:

α) $\frac{5}{3\omega_0}$ β) $\frac{4}{3\omega_0}$ γ) $\frac{5}{4\omega_0}$

2)Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω του σφαιριδίου μετά την σταθεροποιησή του στο άκρο της ράβδου είναι:

α) $\frac{9}{25}\omega_0$ β) $\frac{16}{25}\omega_0$ γ) $\frac{9}{16}\omega_0$

3)Το ποσοστό $\%$ μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου λόγω της σύγκρουσης με το άκρο της ράβδου είναι:

α)-36% β)-64% γ)-75%

4) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω της ράβδου κατά τη διάρκεια της περιστροφής της μέχρι το σφαιρίδιο να φτάσει στο άκρο της είναι:

α) $\omega = \omega_0 \eta\mu^2\theta$ β) $\omega = \omega_0 \sigma\upsilon\nu^2\theta$ γ) $\omega = \omega_0 \varepsilon\varphi^2\theta$

ΛΥΣΗ:

1)Σωστό το β

Πριν κοπεί το νήμα το σφαιρίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα μέτρου:

$$\upsilon = \omega_0 x \Leftrightarrow \upsilon = \omega_0 \frac{3}{5}\ell \ (1).$$

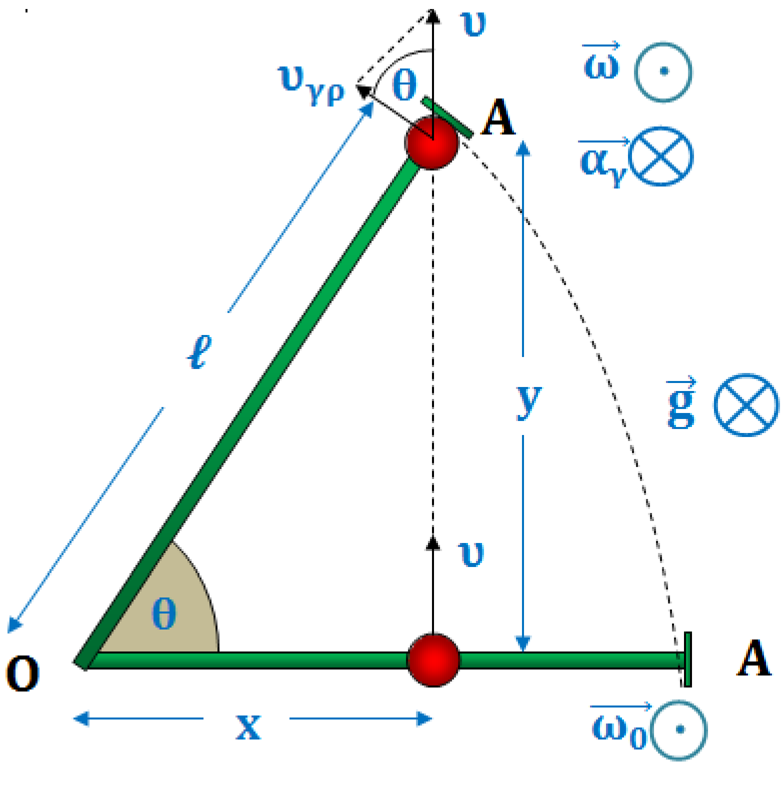
Μετά την κοπή του νήματος, το σφαιρίδιο δε δέχεται δύναμη στο επίπεδο της κίνησης του, οπότε θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση διανύοντας διάστημα y μέχρι να συναντήσει το άκρο της ράβδου. Συνεπώς μπορούμε να γράψουμε:

$$y = \upsilon \Delta t \Leftrightarrow y = \omega_0 \frac{3}{5}\ell \Delta t \ (2).$$

Επιπλέον από το Πυθαγόρειο θεώρημα ισχύει:

$$\ell^2 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow \ell^2 = \frac{9}{25}\ell^2 + y^2 \Leftrightarrow y = \frac{4}{5}\ell \ (3)$$

Η σχέση (2), λόγω της (3) δίνει: $\Delta t = \dfrac{4}{3\omega_0}$



2)Σωστό το β

Το σύστημα ράβδος σφαιρίδιο είναι μονωμένο από εξωτερικές ροπές. Εφόσον η ράβδος είναι αβαρής η στροφορμή του σφαιριδίου είναι σταθερή. Άρα:

$$L_0 = L \Leftrightarrow m\omega_0 x^2 = m\omega\ell^2 \Leftrightarrow \omega_0 x^2 = \omega\ell^2 \Leftrightarrow \omega = \frac{9}{25}\omega_0 (4)$$

3)Σωστό το β

Το ποσοστό % μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου λόγω της σύγκρουσης με το άκρο της ράβδου είναι:

$$\frac{\Delta K}{K_0} = \frac{K - K_0}{K_0} = \frac{K}{K_0} - 1 = \left(\frac{\upsilon}{\upsilon_0}\right)^2 - 1 = \left(\frac{\omega \ell}{\omega_0 x}\right)^2 - 1 \ (5)$$

Λόγω της (4)

$$\frac{\Delta K}{K_0} = \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 - 1 \Leftrightarrow \frac{\Delta K}{K_0} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1 \Leftrightarrow \frac{\Delta K}{K_0} = -\frac{16}{25} \Leftrightarrow \frac{\Delta K}{K_0}\% = -64\%$$

4)Σωστό το β

Σε κάθε θέση του σφαιριδίου η προβολή της ταχύτητας του σε διεύθυνση κάθετη στη ράβδο είναι η γραμμική ταχύτητα του σημείου της που έρχεται σε επαφή με το σφαιρίδιο, δηλαδή:

$\upsilon_{\gamma\rho} = \upsilon \sigma \upsilon \nu \theta \Leftrightarrow \omega r = \omega_0 x \sigma \upsilon \nu \theta$, όπου $x = r \sigma \upsilon \nu \theta$ και $x \le r \le \ell$. Άρα:

$$\omega = \omega_0 \sigma \upsilon \nu^2 \theta (6)$$

Παρατηρούμε από τη σχέση (6) ότι:

1) για $r = \ell$ είναι $\sigma \upsilon \nu \theta = \frac{3}{5}$ και $\omega = \frac{9}{25}\omega_0$, δηλαδή έχουμε ταύτιση με την πρόβλεψη της διατήρησης της στροφορμής.

2) η κίνηση της αβαρούς ράβδου είναι μη ομαλά επιβραδυνόμενη με γωνιακή επιβράδυνση

$$\alpha_\gamma = \frac{d\omega}{dt} \Leftrightarrow \alpha_\gamma = -\omega_0{}^2 \eta \mu 2\theta \sigma \upsilon \nu^2 \theta (7)$$