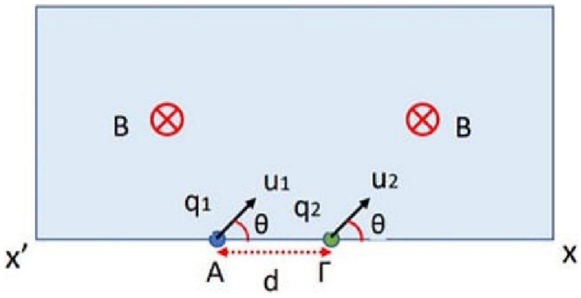
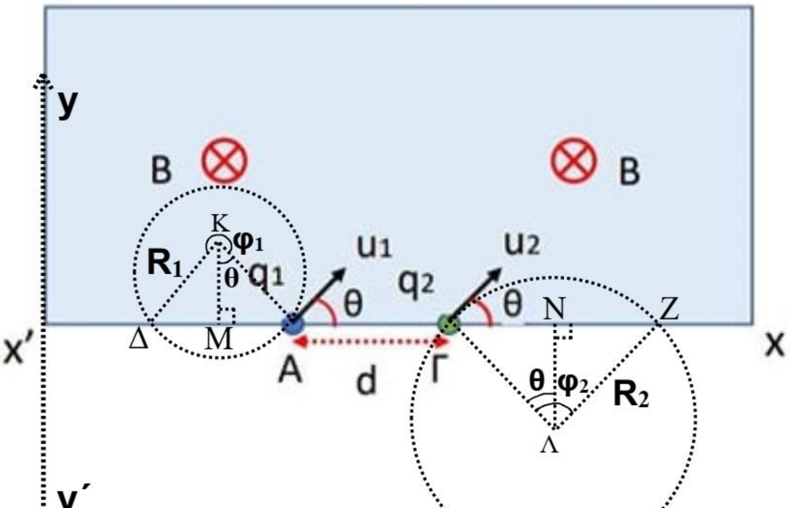
Δύο φορτισμένα σωματίδια σε ΟΜΠ.



Δύο φορτισμένα σωματίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1 και m_2 και φορτία $q_1 > 0$ και $q_2 < 0$ εκτοξεύονται ταυτόχρονα με ταχύτητες μέτρου $υ_1$ και $υ_2$ αντίστοιχα από τα σημεία Α και Γ του άξονα x′x που είναι το όριο ομογενούς μαγνητικού πεδίου μεγάλης έκτασης και έντασης $\vec{B}$. Οι φορείς των ταχυτήτων των δύο σωματιδίων που είναι παράλληλοι, είναι κάθετοι στις μαγνητικές γραμμές του πεδίου και σχηματίζουν γωνία θ = π/3 με τον x′x. Τα σωματίδια εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις και εξέρχονται ταυτόχρονα από το μαγνητικό πεδίο από σημεία του x′x. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με d, η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του $Σ_1$ ίση με $\sqrt{3}d$ και η απόσταση των κέντρων των δύο κυκλικών τροχιών ίση με $\sqrt{37}d$. Το βαρυτικό πεδίο παραλείπεται. Ο λόγος των μέτρων των δύο ταχυτήτων των $Σ_1$ και $Σ_2$ αντίστοιχα είναι ίσος με:

α. ½ **β.** 1 **γ.** 2

Λύση



«Οριζόντια» απόσταση Δx κέντρων Κ και Λ των κύκλων :

$$Δx = ΜΝ = ΜΑ + ΑΓ + ΓΝ \Leftrightarrow$$

$$Δx = ΚΑημθ + ΑΓ + ΛΓημθ \overset{θ=\frac{π}{3}}{\Longleftrightarrow}$$

$$Δx = R_1 ημ\frac{π}{3} + d + R_2 ημ\frac{π}{3} \overset{R_1=\sqrt{3}d}{\Longleftrightarrow}$$

$$Δx = \frac{5}{2}d + \frac{\sqrt{3}}{2}R_2 \quad (1)$$

«Κατακόρυφη» απόσταση Δy κέντρων Κ και Λ των κύκλων :

$$Δy = ΚΜ + ΝΛ \Leftrightarrow Δy = ΚΑσυνθ + ΛΓσυνθ \overset{θ=\frac{π}{3}}{\Longleftrightarrow}$$

$$Δy = R_1 συν\frac{π}{3} + R_2 συν\frac{π}{3} \overset{R_1=\sqrt{3}d}{\Longleftrightarrow} Δy = \frac{\sqrt{3}}{2}d + \frac{1}{2}R_2 \quad (2)$$

Απόσταση ΚΛ κέντρων Κ και Λ των κύκλων :

$$ΚΛ^2 = Δx^2 + Δy^2 \overset{ΚΛ=\sqrt{37}d}{\Longleftrightarrow} 37d^2 = Δx^2 + Δy^2 \overset{(1),(2)}{\Longleftrightarrow}$$

$$37d^2 = \left(\frac{5}{2}d + \frac{\sqrt{3}}{2}R_2\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}d + \frac{1}{2}R_2\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$R_2^2 + 3\sqrt{3}dR_2 - 30d^2 = 0 \overset{R_2>0}{\Longleftrightarrow} R_2 = 2\sqrt{3}d$$

Έχουμε : $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\sqrt{3}d}{2\sqrt{3}d} \Leftrightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}$ (3)

Το 1ο σωματίδιο διαγράφει σε χρόνο Δt τη γωνία:

$\varphi_1 = 2\pi - 2\theta \xLeftrightarrow{\theta=\frac{\pi}{3}} \varphi_1 = \frac{4\pi}{3}$

Ισχύει : $\varphi_1 = \omega_1 \cdot \Delta t \Leftrightarrow \frac{4\pi}{3} = \omega_1 \cdot \Delta t$ (4)

Το 2ο σωματίδιο διαγράφει επίσης σε χρόνο Δt τη γωνία:

$\varphi_2 = 2\theta \xLeftrightarrow{\theta=\frac{\pi}{3}} \varphi_2 = \frac{2\pi}{3}$

Ισχύει : $\varphi_2 = \omega_2 \cdot \Delta t \Leftrightarrow \frac{2\pi}{3} = \omega_2 \cdot \Delta t$ (5)

Από (4)&(5) : $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$ (6)

Είναι : $\upsilon_1 = \omega_1 R_1$ (7) και $\upsilon_2 = \omega_2 R_2$ (8)

Από (7)&(8): $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{R_1}{R_2} \xLeftrightarrow{(3),(6)} \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 2 \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1}$