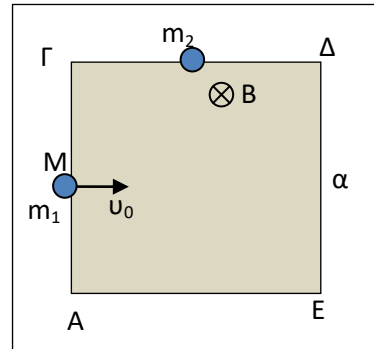


Τρία θέματα με κίνηση σε μαγνητικό πεδίο και ελαστική κρούση

1. Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο με μάζα m_1 και φορτίο q εισέρχεται με ταχύτητα μέτρου u_0 , που το διάνυσμά της είναι κάθετο στις μαγνητικές γραμμές, στην περιοχή ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου B , του οποίου η εγκάρσια τομή είναι τετράγωνο πλευράς α , όπως δείχνεται στο σχήμα. Το σωματίδιο με μάζα m_1 εισέρχεται στο πεδίο από το μέσο M , της πλευράς $ΑΓ$ και κάθετα σ' αυτή. Στο μέσο της πλευράς $ΓΔ$, βρίσκεται ακίνητο δεύτερο αφόρτιστο σωματίδιο μάζας m_2 . Το πρώτο σωματίδιο συγκρούεται ελαστικά με το δεύτερο και στη συνέχεια κινείται μέσα στο πεδίο και εξέρχεται από το σημείο $Δ$.



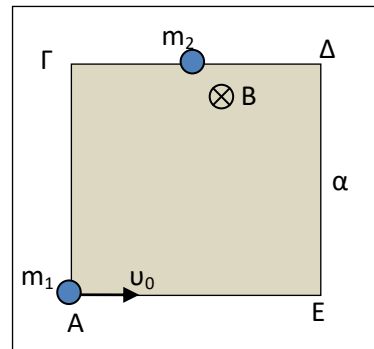
A. Οι ακτίνες της πρώτης και της δεύτερης κίνησης της μάζας m_1 , R και R' , αντίστοιχα, είναι

- α. $\alpha/2, \alpha/4$ β. $3\alpha/4, 5\alpha/4$ γ. $5\alpha/8, 5\alpha/16$

B. Η σχέση των δύο μαζών είναι

- α. $m_2 = 3m_1$ β. $m_2 = 4m_1$ γ. $m_2 = 5m_1$

2. Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο με μάζα m_1 και φορτίο q εισέρχεται με ταχύτητα μέτρου u_0 , που το διάνυσμά της είναι κάθετο στις μαγνητικές γραμμές, στην περιοχή ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου B , του οποίου η εγκάρσια τομή είναι τετράγωνο πλευράς α , όπως δείχνεται στο σχήμα. Το σωματίδιο με μάζα m_1 εισέρχεται στο πεδίο από το σημείο A , κάθετα στην πλευρά $ΑΓ$. Στο μέσο της πλευράς $ΓΔ$, βρίσκεται ακίνητο δεύτερο αφόρτιστο σωματίδιο μάζας m_2 . Το πρώτο σωματίδιο συγκρούεται ελαστικά με το δεύτερο και στη συνέχεια κινείται μέσα στο πεδίο και εξέρχεται από το σημείο $Δ$.



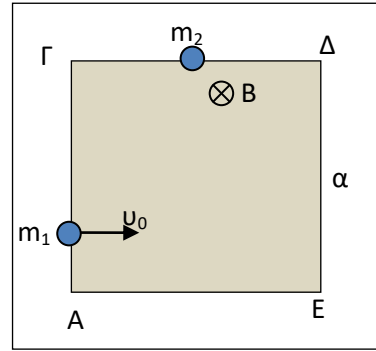
A. Οι ακτίνες της πρώτης και της δεύτερης κίνησης της μάζας m_1 , R και R' , αντίστοιχα, είναι

- α. $\alpha/2, \alpha/4$ β. $3\alpha/4, 5\alpha/4$ γ. $5\alpha/8, 5\alpha/16$

B. Η σχέση των δύο μαζών είναι

- α. $m_2 = 3m_1$ β. $m_2 = 4m_1$ γ. $m_2 = 5m_1$

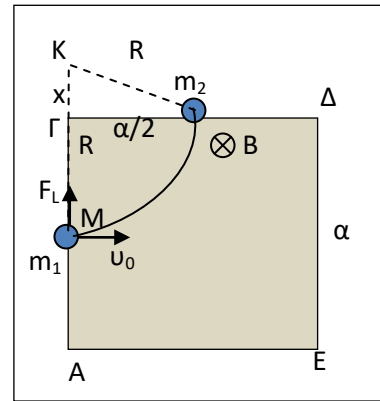
3. Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο με μάζα m_1 και φορτίο q εισέρχεται με ταχύτητα μέτρου u_0 , που το διάνυσμά της είναι κάθετο στις μαγνητικές γραμμές, στην περιοχή ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου B , του οποίου η εγκάρσια τομή είναι τετράγωνο πλευράς α , όπως δείχνεται στο σχήμα. Το σωματίδιο με μάζα m_1 εισέρχεται στο πεδίο από τυχαίο σημείο της πλευράς $ΑΓ$, κάθετα σ' αυτή. Στο μέσο της πλευράς $ΓΔ$, βρίσκεται ακίνητο δεύτερο αφόρτιστο σωματίδιο μάζας m_2 . Το πρώτο σωματίδιο συγκρούεται ελαστικά με το δεύτερο και στη συνέχεια κινείται μέσα στο πεδίο και εξέρχεται από το σημείο $Δ$. Η σχέση των δύο μαζών είναι



α. $m_2 = 3m_1$ β. $m_2 = 4m_1$ γ. $m_2 = 5m_1$

Λύσεις

1. Α. Η πρώτη κίνηση, πριν την κρούση, είναι κυκλική με κέντρο το σημείο K . Θα δείξουμε ότι όταν το σωματίδιο διαγράφει τεταρτοκύκλιο, το κέντρο του κύκλου είναι το σημείο $Γ$. Η δύναμη Lorentz που δέχεται από το πεδίο έχει κατεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου και είναι κάθετη στην αρχική ταχύτητα. Άρα, το κέντρο K βρίσκεται πάνω στην ευθεία $ΑΓ$ και έστω απέχει από το $Γ$ κατά x . Είναι



$$R^2 = \frac{\alpha^2}{4} + x^2 \Rightarrow \left(x + \frac{\alpha}{2}\right)^2 = \frac{\alpha^2}{4} + x^2 \Rightarrow$$

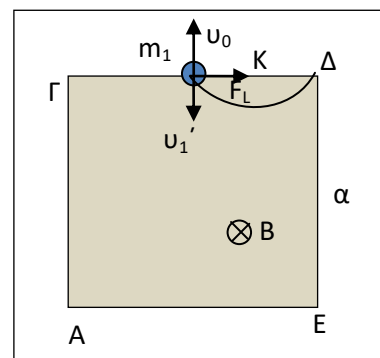
$$x^2 + \frac{\alpha^2}{4} + 2\alpha x = \frac{\alpha^2}{4} + x^2 \Rightarrow x = 0$$

Άρα, το σημείο K ταυτίζεται με το $Γ$ και η ακτίνα είναι $R = \alpha/2$. Η ακτίνα συνδέεται με

$$R = \frac{m u_0}{B q} = \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

Το πρώτο σωματίδιο θα έχει ταχύτητα μέτρου u_0 όταν συγκρουστεί με το δεύτερο και μετά την κρούση θα επιστρέψει προς τα πίσω με ταχύτητα u_1' .

Το κέντρο της καινούριας κυκλικής τροχιάς είναι πάνω στην ευθεία $ΓΔ$, προς τη φορά της δύναμης Lorentz, κάθετη στην ταχύτητα u_1' , άρα η καινούρια ακτίνα είναι $R' = \alpha/4$. Η καινούρια ακτίνα συνδέεται με την ταχύτητα με τη σχέση



$$R' = \frac{m |u_1'|}{B q} = \frac{\alpha}{4} \quad (2) \quad \text{Σωστό το } \alpha.$$

Β. Διαιρώντας τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι

$$|u_1'| = \frac{u_0}{2} \Rightarrow u_1' = -\frac{u_0}{2}$$

Για την ταχύτητα του πρώτου σωματιδίου μετά την ελαστική κρούση ισχύει

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0 \Rightarrow -\frac{v_0}{2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0 \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

Σωστό το α.

2. Α. Η πρώτη κίνηση, πριν την κρούση, είναι κυκλική με κέντρο το σημείο Κ. Η δύναμη Lorentz που δέχεται από το πεδίο έχει κατεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου και είναι κάθετη στην αρχική ταχύτητα. Άρα, το κέντρο Κ βρίσκεται πάνω στην ευθεία ΑΓ και έστω απέχει από το Γ κατά x. Είναι

$$R^2 = \frac{\alpha^2}{4} + x^2 \Rightarrow R^2 = \frac{\alpha^2}{4} + (\alpha - R)^2 \Rightarrow$$

$$R^2 = \frac{\alpha^2}{4} + \alpha^2 + R^2 - 2\alpha R \Rightarrow R = \frac{5\alpha}{8}$$

Άρα, η ακτίνα είναι $R=5\alpha/8$. Η ακτίνα συνδέεται με την ταχύτητα με τη σχέση

$$R = \frac{mv_0}{Bq} = \frac{5\alpha}{8} \quad (3)$$

Το πρώτο σωματίδιο θα έχει ταχύτητα μέτρου v_0 όταν συγκρουστεί με το δεύτερο και μετά την κρούση θα επιστρέψει προς τα πίσω με ταχύτητα v_1' . Για τη γωνία ϕ ισχύει για την πρώτη και τη δεύτερη κυκλική τροχιά

$$\eta\mu\phi = \frac{\alpha/2}{R} = \frac{\alpha/4}{R'} \Rightarrow R' = \frac{m|v_1'|}{Bq} = \frac{R}{2} = \frac{5\alpha}{16} \quad (4)$$

Σωστό το γ.

Διαιρώντας τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει ότι

$$|v_1'| = \frac{v_0}{2} \Rightarrow v_1' = -\frac{v_0}{2}$$

Για την ταχύτητα του πρώτου σωματιδίου μετά την ελαστική κρούση ισχύει

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0 \Rightarrow -\frac{v_0}{2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0 \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

Σωστό το α.

3. Στην τρίτη περίπτωση που το σωματίδιο με μάζα m_1 εισέρχεται στο πεδίο από τυχαίο σημείο της πλευράς ΑΓ το κέντρο Κ βρίσκεται πάλι πάνω στην ευθεία ΑΓ. Ανεξαρτήτως της ακριβούς θέσης που εισέρχεται και των ακτίνων των δύο επί μέρους κινήσεων η σχέση που είδαμε για το ημίτονο της γωνίας ϕ ισχύει ομοίως, άρα η σχέση των ακτίνων είναι $R/R'=2$ και όπως είδαμε η σχέση των μαζών $m_2=3m_1$.

Σωστό το α.

