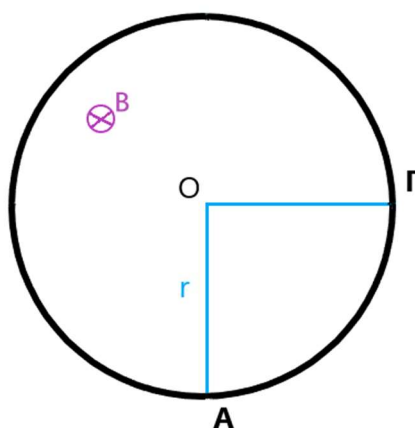


**ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕΤΑΞΥ ΔΥΟ ΣΗΜΕΙΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ
ΣΤΟ ΟΠΟΙΟ ΑΝΑΠΤΥΣΣΕΤΑΙ ΗΕΔ ΑΠΟ
ΧΡΟΝΙΚΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΟ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ¹**

Ο κυκλικός αγωγός του παρακάτω σχήματος (Σχήμα 1) ακτίνας $r = 2\text{m}$ και αντίστασης $R = 0,1\Omega$, έχει το κέντρο του πάνω στον άξονα κυλινδρικού χρονικά μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου, όπου $\Delta B/\Delta t = 0,1\text{T/s}$. Να υπολογιστεί η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Γ, τα οποία είναι τα άκρα ενός τεταρτοκυκλίου.



Σχήμα 1

Η ΗΕΔ από επαγωγή, κατ' απόλυτη τιμή, που αναπτύσσεται στο κύκλωμα είναι:

$$E_{\varepsilon\pi} = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} N \right| \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = N \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = N\pi r^2 \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 1 \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot |0,1| \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 0,4\pi\text{V}$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:

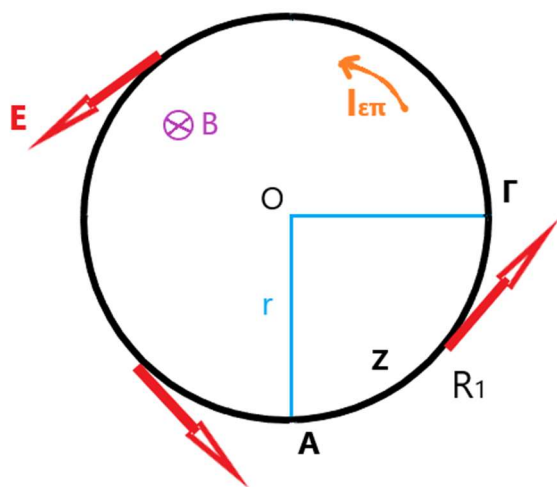
$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{0,4\pi}{0,1} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 4\pi\text{A}$$

Η φορά του ρεύματος βρίσκεται με εφαρμογή του κανόνα του Lenz και δείχνεται στο Σχήμα 2α. Επίσης, στο Σχήμα 2β δείχνεται και η πολικότητα της πηγής στο ισοδύναμο κύκλωμα.

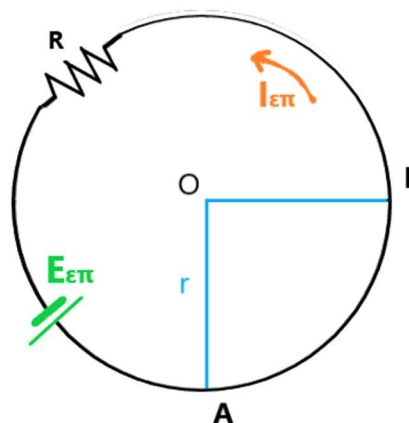
Η ΗΕΔ από επαγωγή που δημιουργείται με αυτόν τον τρόπο, δηλαδή από χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, θεωρούμε ότι οφείλεται σε ένα ηλεκτρικό πεδίο, το

¹ Με αφορμή την ανάρτηση «Νόμος Faraday», η οποία παρέπεμπε και στην ανάρτηση «Ένα πολύ γνωστό 'επαγωγικό' παράδοξο».

οποίο είναι μη συντηρητικό. Στο Σχήμα 2α δείχνεται και η ένταση E αυτού του ηλεκτρικού πεδίου σε τρία σημεία του κυκλικού αγωγού (κόκκινα βέλη).



Σχήμα 2α



Σχήμα 2β

Η συγκεκριμένη ΗΕΔ αναπτύσσεται σε ολόκληρο τον κυκλικό αγωγό. Σε κάθε τμήμα όμως του αγωγού υπάρχει ΗΕΔ, η οποία είναι ανάλογη του μήκους του αντίστοιχου τόξου. Επειδή το τόξο ΑΖΓ είναι ίσο με το 1/4 του κύκλου, η ΗΕΔ από επαγωγή $E_{επ1}$ που αναπτύσσεται στο τόξο αυτό θα είναι:

$$E_{επ1} = \frac{E_{επ}}{4} \Rightarrow E_{επ1} = \frac{0,4\pi}{4} \Rightarrow E_{επ1} = 0,1\pi V$$

Η αντίσταση του τμήματος ΑΖΓ είναι:

$$R_1 = \frac{R}{4} \Rightarrow R_1 = \frac{0,1}{4} \Omega$$

Θα υπολογίσουμε τη διαφορά δυναμικού $V_{ΑΓ} = V_A - V_Γ$, εφαρμόζοντας τον 2° κανόνα Kirchhoff για τη διαδρομή ΑΖΓ. Έχουμε:

$$V_A + E_{επ1} - I_{επ}R_1 = V_Γ \Rightarrow V_A + 0,1\pi - 4\pi \frac{0,1}{4} = V_Γ \Rightarrow V_A = V_Γ \Rightarrow V_A - V_Γ = 0$$

Έχει όμως νόημα το φυσικό μέγεθος «δυναμικό» και κατ' επέκταση η «διαφορά δυναμικού» στη συγκεκριμένη περίπτωση, εφόσον θεωρούμε ότι η ΗΕΔ από επαγωγή που δημιουργείται από χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, οφείλεται σε ένα μη συντηρητικό ηλεκτρικό πεδίο;

Ας αλλάξουμε λίγο το κύκλωμά μας.

Αντικαθιστούμε το τμήμα ΑΖΓ με άλλο ίδιου σχήματος, μηδενικής όμως αντίστασης. Να υπολογιστεί πάλι η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Γ.

Η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται σε ολόκληρο τον κυκλικό αγωγό και η ΗΕΔ από επαγωγή μόνο στο τόξο ΑΖΓ θα έχουν και σε αυτή την περίπτωση τις ίδιες τιμές. Συγκεκριμένα:

$$E_{\varepsilon\pi} = 0,4\pi V \quad \text{και} \quad E_{\varepsilon\pi1} = 0,1\pi V$$

Τώρα όμως η αντίσταση του κυκλικού αγωγού είναι μόνο η αντίσταση, έστω R_2 , του τμήματος ΓΘΑ (Σχήμα 3α), η οποία έχει τιμή:

$$R_2 = \frac{3R}{4} \Rightarrow R_2 = \frac{3 \cdot 0,1}{4} \Omega \Rightarrow R_2 = \frac{0,3}{4} \Omega$$

ενώ η αντίσταση R'_1 του τμήματος ΑΖΓ είναι, σύμφωνα με την εκφώνηση, μηδενική, δηλαδή:

$$R'_1 = 0$$

Έτσι, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τώρα το κύκλωμα είναι:

$$I'_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_2} \Rightarrow I'_{\varepsilon\pi} = \frac{0,4\pi}{\frac{0,3}{4}} \Rightarrow I'_{\varepsilon\pi} = \frac{16\pi}{3} A$$

Υπολογίζουμε τώρα τη διαφορά δυναμικού $V'_{\Lambda\Gamma} = V'_A - V'_\Gamma$, εφαρμόζοντας πάλι τον 2^ο κανόνα Kirchhoff για τη διαδρομή ΑΖΓ. Έχουμε:

$$\begin{aligned} V'_A + E_{\varepsilon\pi1} - I'_{\varepsilon\pi} R'_1 &= V'_\Gamma \Rightarrow V'_A + 0,1\pi - \frac{16\pi}{3} \cdot 0 = V'_\Gamma \Rightarrow V'_A + 0,1\pi = V'_\Gamma \Rightarrow \\ &\Rightarrow V'_A - V'_\Gamma = -0,1\pi V \end{aligned}$$

Ας υπολογίσουμε τώρα τη διαφορά δυναμικού $V'_{\Lambda\Gamma} = V'_A - V'_\Gamma$, εφαρμόζοντας πάλι τον 2^ο κανόνα Kirchhoff, αλλά για τη διαδρομή ΓΘΑ. Η ΗΕΔ από επαγωγή $E_{\varepsilon\pi2}$ για το τόξο ΓΘΑ είναι:

$$E_{\varepsilon\pi2} = \frac{3E_{\varepsilon\pi}}{4} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi2} = \frac{3 \cdot 0,4\pi}{4} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi2} = 0,3\pi V$$

Οπότε:

$$\begin{aligned} V'_\Gamma + E_{\varepsilon\pi2} - I'_{\varepsilon\pi} R_2 &= V'_A \Rightarrow V'_\Gamma + 0,3\pi - \frac{16\pi}{3} \cdot \frac{0,3}{4} = V'_A \Rightarrow \\ &\Rightarrow V'_\Gamma + 0,3\pi - 0,4\pi = V'_A \Rightarrow V'_\Gamma - 0,1\pi = V'_A \Rightarrow V'_A - V'_\Gamma = -0,1\pi V \end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή που υπολογίσαμε είναι ίση με την τιμή που είχαμε βρει προηγουμένως. Ενδιαφέρον. Ίσως, θα μπορούσε να σκεφτεί κάποιος, με κάποιες άλλες τιμές για τις αντιστάσεις των τμημάτων ΑΖΓ και ΓΘΑ, να είχαμε ως αποτέλεσμα διαφορετικές τιμές για τη διαφορά δυναμικού, ανάλογα με τη διαδρομή. Η απάντηση είναι αρνητική. Μπορεί να γίνει απόδειξη ότι η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο σημείων είναι, διαφορετική μεν, αλλά ανεξάρτητη της διαδρομής που ακολουθούμε για να την υπολογίσουμε, για οποιοδήποτε τιμές αντίστασης μπορεί να έχουν τα παραπάνω τμήματα.

Το αναφέρουμε αυτό διότι τώρα έχουμε ένα μη συντηρητικό ηλεκτρικό πεδίο. Έτσι, επειδή στην ουσία η διαφορά δυναμικού είναι γενικά το έργο ανά μονάδα φορτίου που παράγεται από πεδίο, ίσως να περίμενε κάποιος ότι θα είχαμε διαφορετικές τιμές ακολουθώντας τις διαδρομές ΑΖΓ και ΓΘΑ. Για τον λόγο αυτό δεν θα είχαμε και νόημα, επί της ουσίας, οι έννοιες «δυναμικό» και «διαφορά δυναμικού».

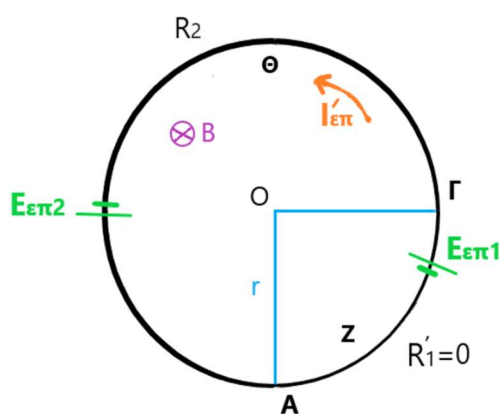
Όμως έχουμε μία συγκεκριμένη διαφορά δυναμικού. Έχει νόημα αυτή και σε ποιο πεδίο αναφέρεται;

Εάν προσέξουμε καλύτερα θα δούμε ότι η διαφορά δυναμικού $V'_A - V'_\Gamma$ είναι αρνητική, δηλαδή το αντίστοιχο έργο ανά μονάδα (θετικού) φορτίου είναι αρνητικό. Όμως, κατά τη διαδρομή ΑΖΓ η δύναμη από το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο παράγει θετικό έργο στα υποτιθέμενα θετικά φορτία που κινούνται στο κύκλωμα (συμβατική φορά ρεύματος).

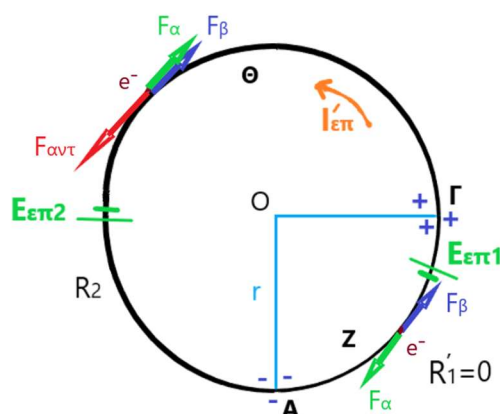
Παρατηρούμε επίσης ότι στο τμήμα ΑΖΓ η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο επιταχύνει τα θετικά φορτία από το Α προς το Γ (τα ηλεκτρόνια δέχονται αντίθετη δύναμη και επιταχύνονται από το Γ προς το Α) και επειδή η αντίσταση του τμήματος ΑΖΓ είναι μηδενική, θα πρέπει να αυξάνεται η ταχύτητα των φορτίων.

Όμως, η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι σταθερή. Τι μπορεί να συμβαίνει;

Μήπως, επειδή αρχικά τα θετικά φορτία επιταχύνονται στο τμήμα ΑΖΓ, έχουμε συσσώρευση αυτών στο σημείο Γ (στην πραγματικότητα, συσσώρευση ηλεκτρονίων στο σημείο Α) (Σχήμα 3β) με αποτέλεσμα να δημιουργείται ένα δευτερεύον ηλεκτρικό πεδίο;



Σχήμα 3α



Σχήμα 3β

Προφανώς, η συσσώρευση φορτίων δεν θα γίνεται συνεχώς, αλλά μέχρι τη στιγμή κατά την οποία η δύναμη από το δευτερεύον ηλεκτρικό πεδίο θα εξουδετερώσει τη δύναμη από το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο και έτσι πλέον τα ηλεκτρόνια θα κινούνται με σταθερή (κατά μέτρο) ταχύτητα.

Όμως, το δευτερεύον αυτό ηλεκτρικό πεδίο θα είναι πλέον ηλεκτροστατικό και έτσι για το συγκεκριμένο πεδίο ορίζεται το μέγεθος «δυναμικό». Μήπως λοιπόν η διαφορά δυναμικού που υπολογίζουμε αναφέρεται σε αυτό το ηλεκτροστατικό πεδίο;

Και τι γίνεται στην πρώτη περίπτωση, που έχουμε αντίσταση σε ολόκληρο τον κυκλικό αγωγό και η διαφορά δυναμικού υπολογίστηκε ότι είναι ίση με μηδέν; Απλά, δεν έχουμε πουθενά συσσώρευση φορτίων, δεν υπάρχει ηλεκτροστατικό πεδίο (δηλαδή η ένταση του πεδίου είναι ίση με μηδέν), συνεπώς το δυναμικό έχει παντού την ίδια τιμή (αυθαίρετη τιμή) και η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων είναι μηδενική.

Ας δούμε επίσης τι εκφράζουν τα έργα των δυνάμεων (Σχήμα 3β) που δέχονται τα ηλεκτρόνια (πραγματική φορά ρεύματος) που κινούνται στον αγωγό, στην περίπτωση που η αντίσταση του τμήματος ΑΖΓ είναι μηδενική.

Στο τμήμα ΑΖΓ κάθε ηλεκτρόνιο δέχεται:

α) τη δύναμη F_α από το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο, το έργο W_α της οποίας ($W_\alpha > 0$) εκφράζει το ποσό της ενέργειας που μεταφέρεται από το ηλεκτρικό αυτό πεδίο στο ηλεκτρόνιο, υπό μορφή κινητικής ενέργειας,

β) τη δύναμη F_β από το ηλεκτροστατικό πεδίο, το έργο W_β της οποίας ($W_\beta < 0$) εκφράζει, κατ' απόλυτη τιμή, το ποσό της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου που μετατρέπεται σε ηλεκτρική δυναμική ενέργεια.

Ισχύει: $W_\alpha + W_\beta = 0$.

Στο τμήμα ΑΖΓ κάθε ηλεκτρόνιο δέχεται:

γ) πάλι τη δύναμη F_α από το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο, το έργο W'_α της οποίας ($W'_\alpha > 0$) εκφράζει το ποσό της ενέργειας που μεταφέρεται από το ηλεκτρικό αυτό πεδίο στο ηλεκτρόνιο, υπό μορφή κινητικής ενέργειας,

γ) τη δύναμη F_β από το ηλεκτροστατικό πεδίο, της οποίας όμως το έργο W'_β είναι τώρα θετικό ($W'_\beta > 0$) και εκφράζει το ποσό της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του ηλεκτρονίου που μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια.

ε) τη δύναμη $F_{αντ}$, λόγω της αντίστασης του αγωγού, το έργο $W_{αντ}$ της οποίας ($W_{αντ} < 0$) εκφράζει, κατ' απόλυτη τιμή, το ποσό της κινητικής ενέργειας που αφαιρείται από το ηλεκτρόνιο και μετατρέπεται σε θερμική.

Ισχύει: $W'_\alpha + W'_\beta + W_{αντ} = 0$

Για το ylikonet

Γρηγόρης Χατζής

gregh@otenet.gr